الإحصاء الوصفى

فى العلوم النفسية والتربوية

دكتورة ناديه محمد عبد السلام



الإحصاء الوصفي

في العلوم النفسية والتربوية

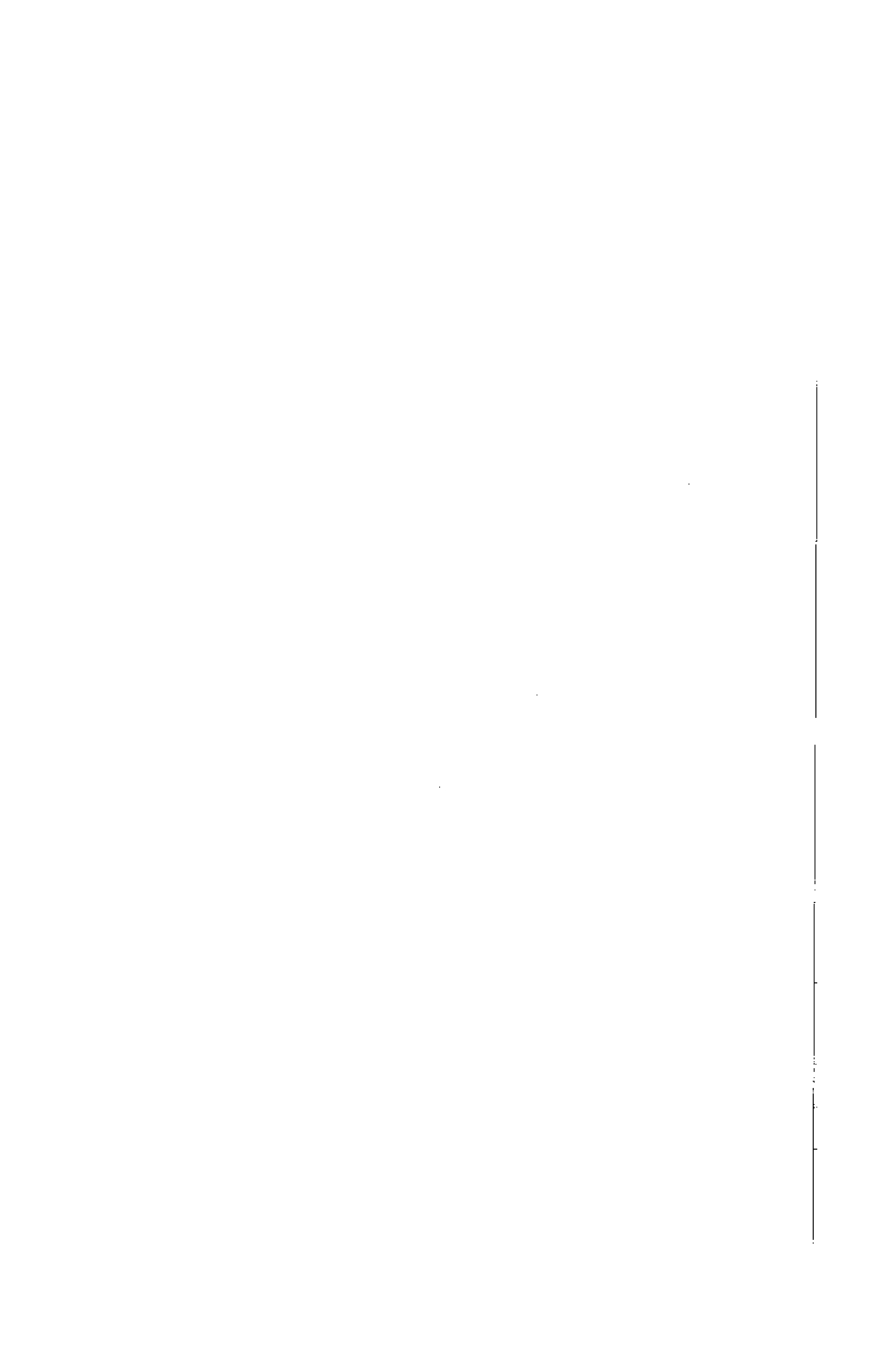
دكتورة
نادية محمد عبد السلام
أستاذ مساعد علم النفس التعليمي
كلية البنات ـــ جامعة عين شمس

الإهداء

إلى أبنائى ..

شـــيرين ، أحــــد ، عمـــرو

لعلى أكون قد حققت لكم بعض ما تمنيتم



بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمة

أحد أهداف هـذا الكتاب هو تقـديم ومناقشة المقاييس الاحصائية الوصفية ، التى نحتاج إليها غالبا فى البحث السيكلوجى · ومعرفة الاستخدام الأفضل لهذه المقاييس وكيفية تفسيرها لا تتم بدون معرفة معانيها وافتراضاتها المحـــددة ·

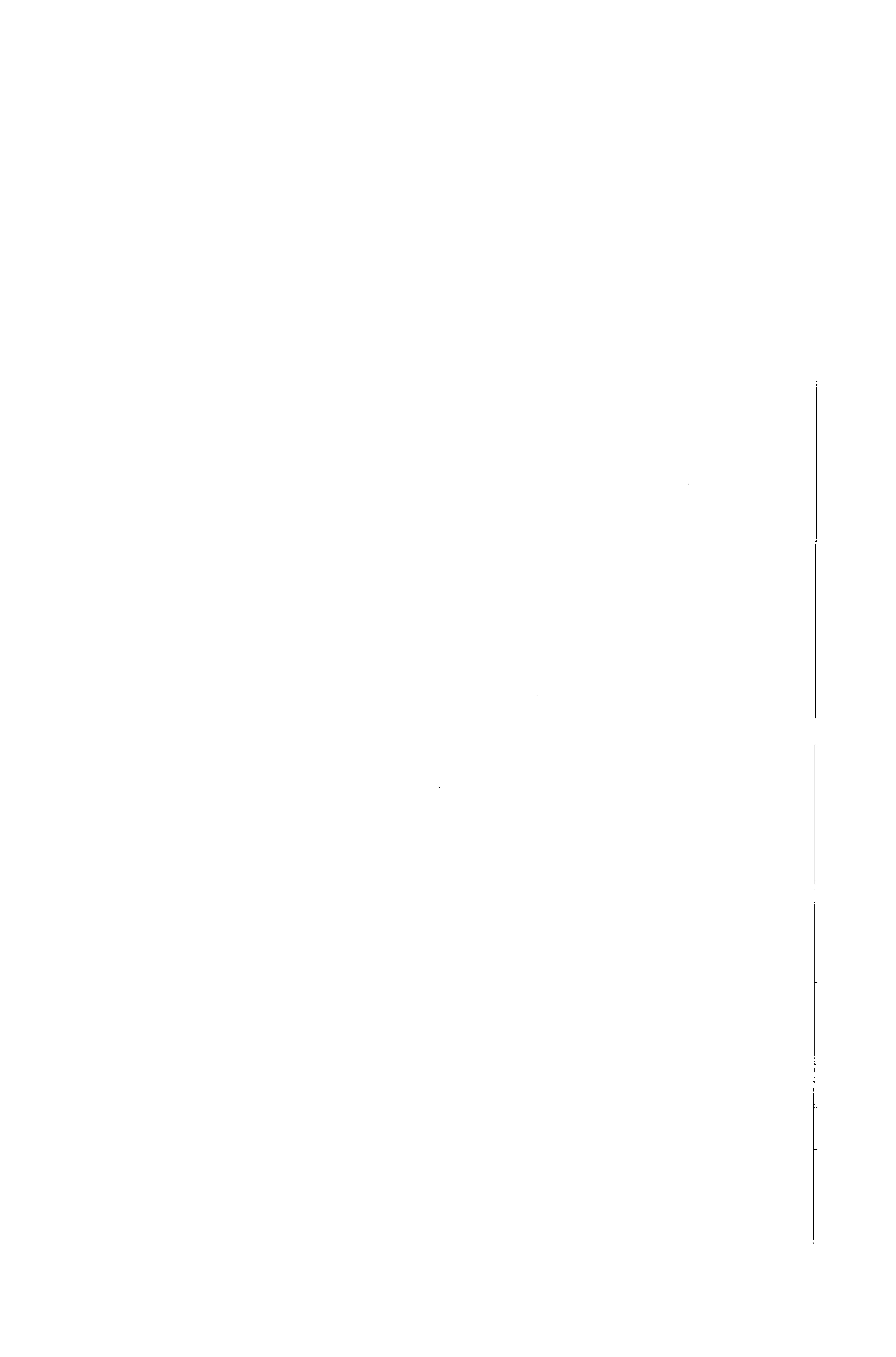
وعلى الرغم من أن الطرق الاحصائية لها مكانة هامة فى الوقت الحاضر فى البحث السيكلوجى ، إلا أن الاحصاء لا يمكن أن يعالج بيانات نتجت عن خطة بحث هزيلة · فلا يمكن لأى قدر من الاحصاء أن يحول بيانات رديئة إلى صورة مقبـولة ·

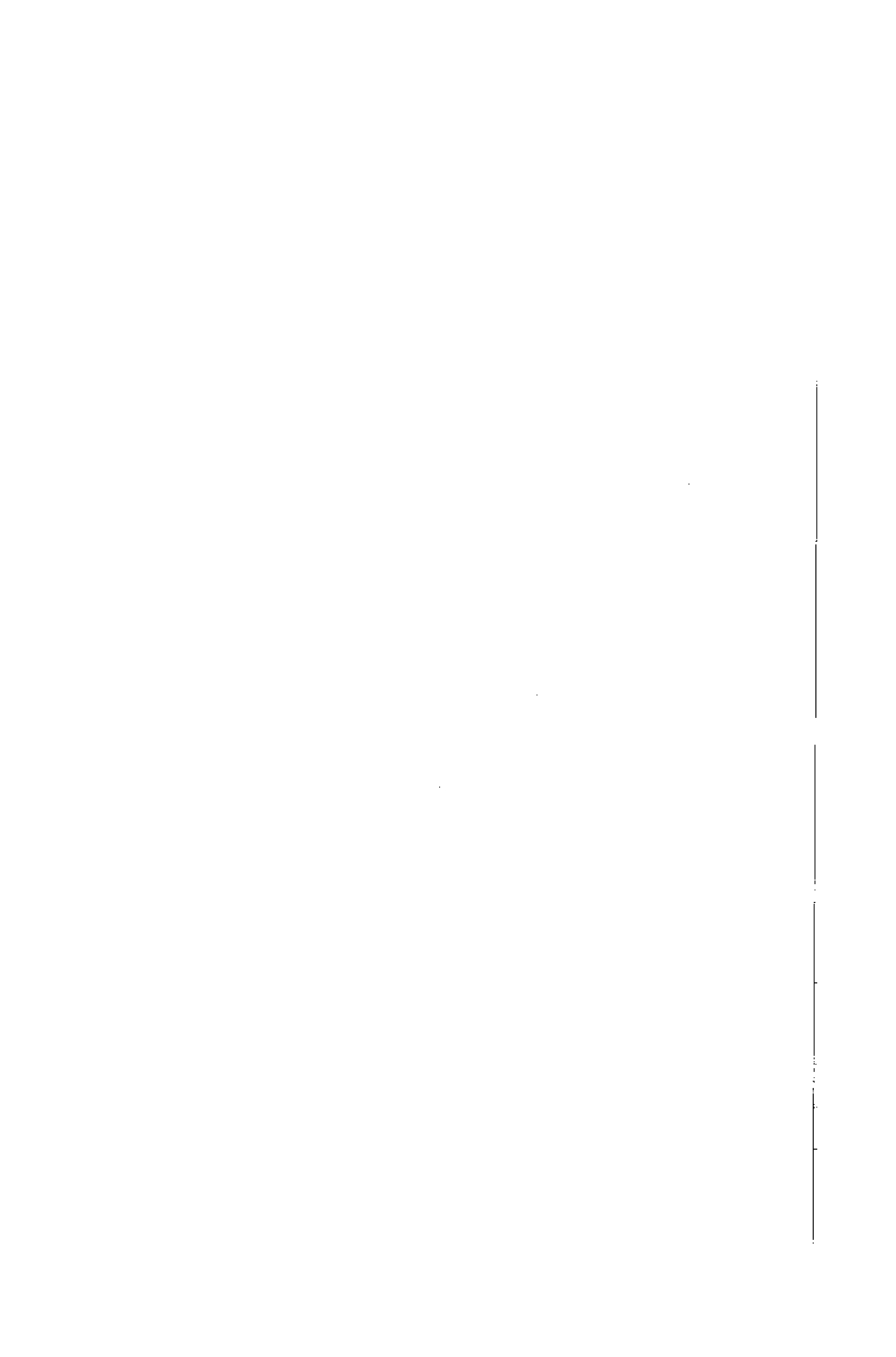
وغرض هـذا الكتاب هو تعريف الطالب بالوسائل الاحصائية الشائعة الاستخدام · وتختلف البحوث النفسية فى مدى حاجتها لاستخدام الأساليب الاحصائية المختلفة · فبعض البحوث قد لا تتطلب استخدام أساليب احصائية ، والبعض الآخر يتضمن معالجات احصائية بسيطة جـدا ، بينما البعض الآخر يعتمد بشدة على أساليب الاحصاء المتقدمة · واكثر مجالات علم النفس اعتمادا على الاحصاء هو القياس النفسى ·

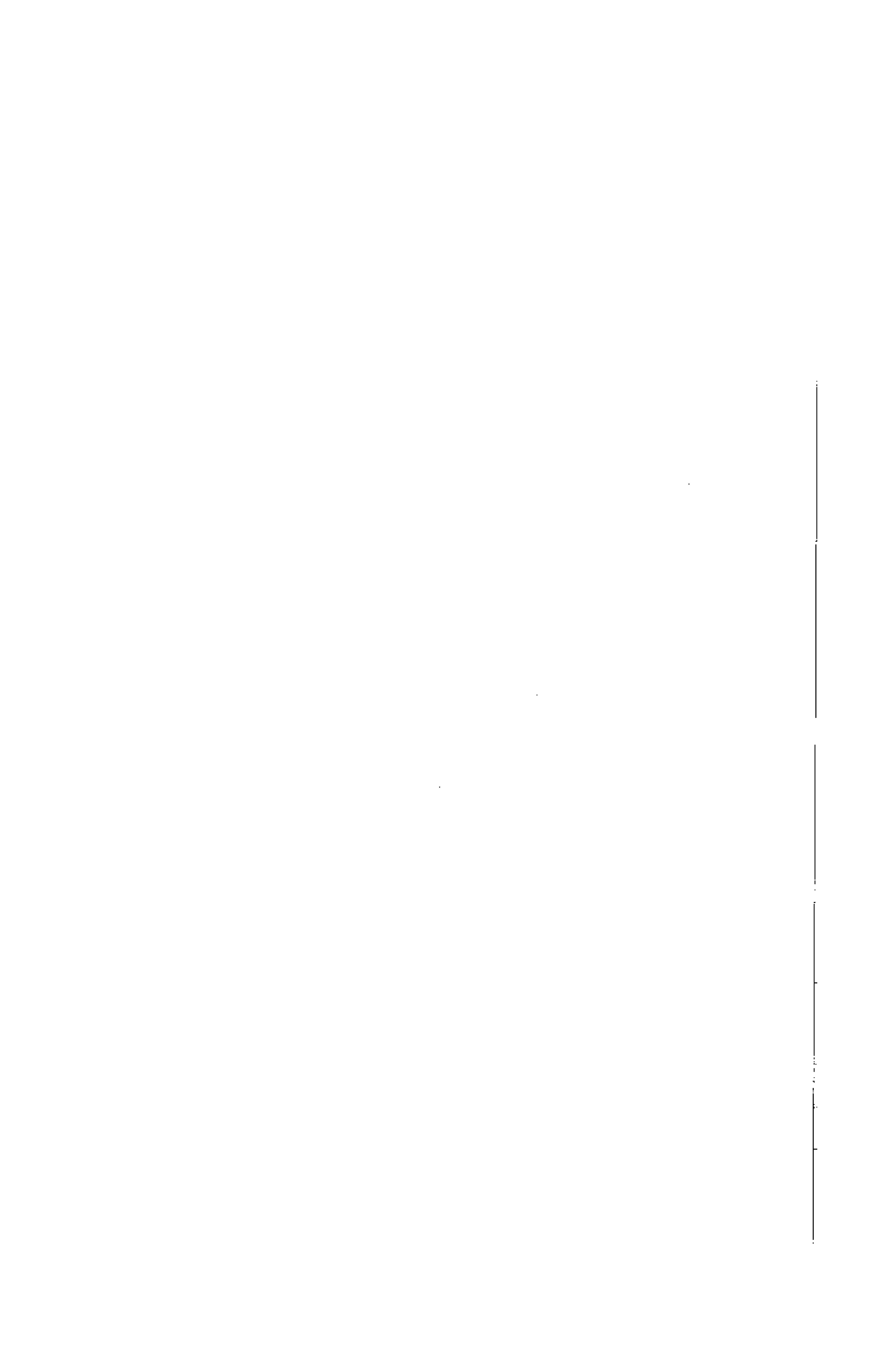
والأمل كبير فى أن يحظى هـذا الكتاب برضا القارىء ، وأن يكون عونا للدارسين والمهتمين بهذا الميدان ·

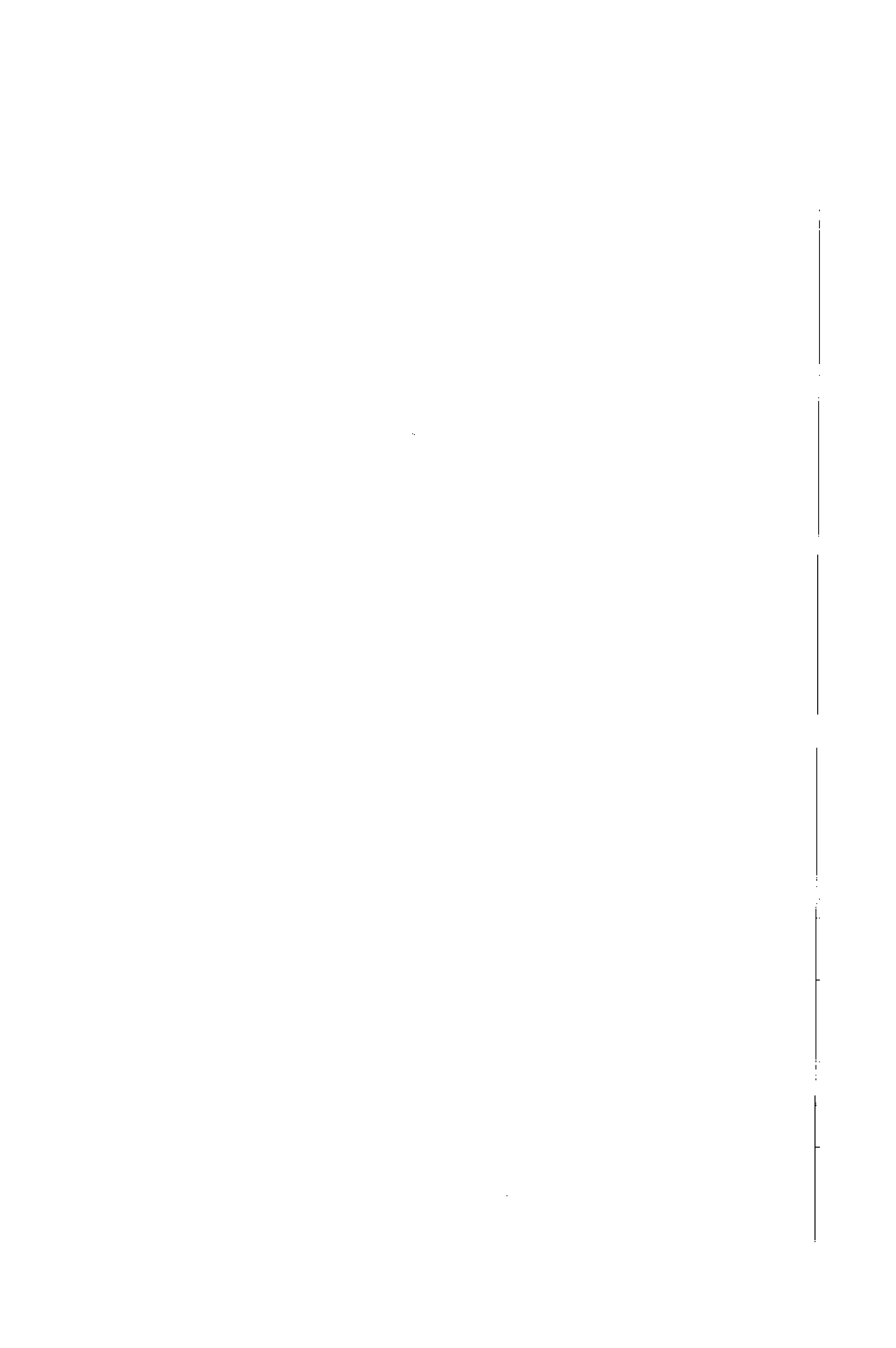
والله ولى التوفيق ؟

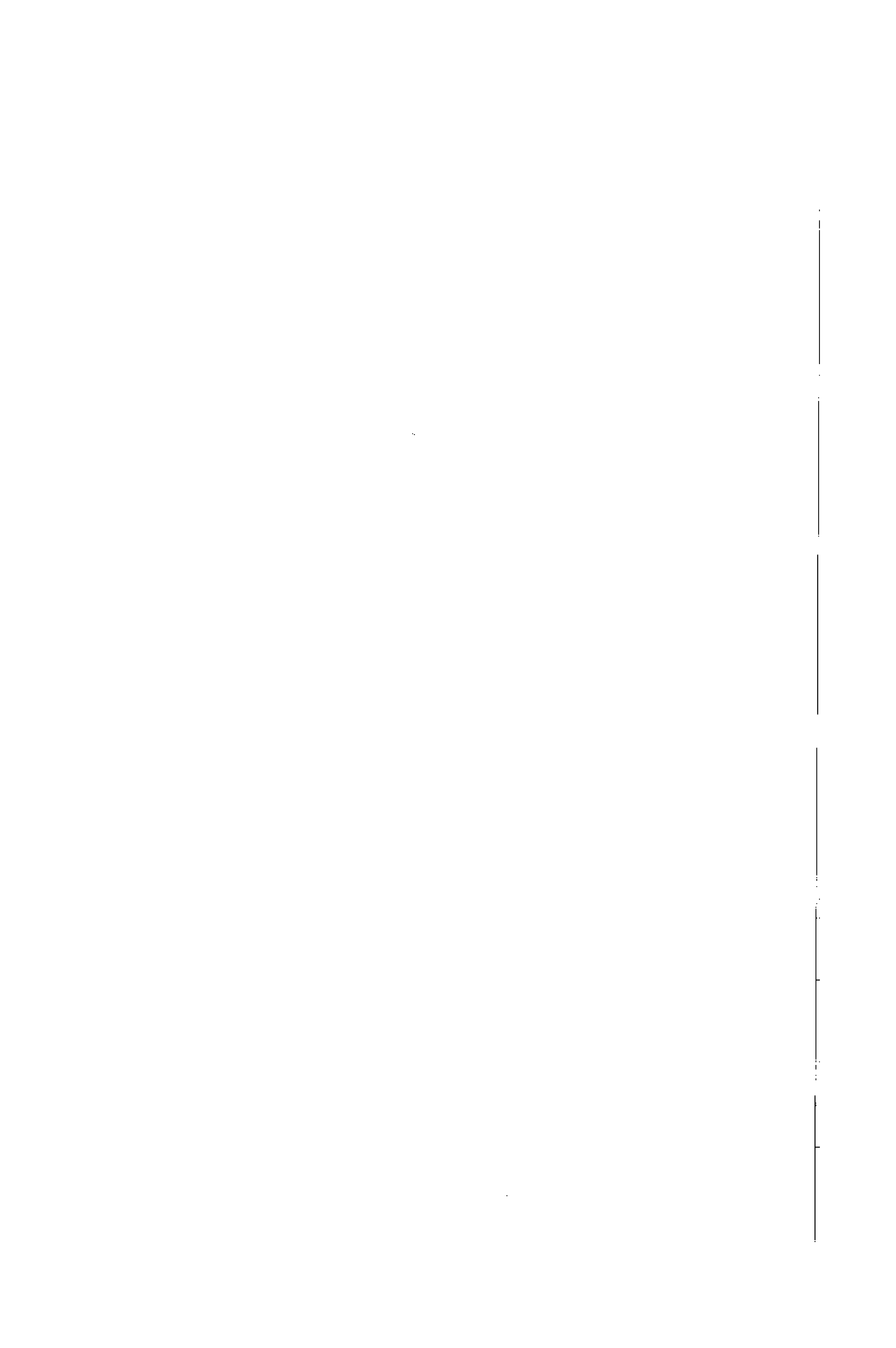
دكتوره
نادية محمد عبد الســلام











محتويات الكتاب

الفصـــل الرابـــع
مقاييس التشتت

الفصـــل الخامس
التحويـــلات

الفصل الســـادس
الارتبـــاط

الفصل الأول

القيـــاس

معنى القيـــاس : —

يحدد القياس باصطلاحات مختلفة نوعا تبعا لاختلاف وجهات النظر . ويتضمن اى عدد من التحديدات المتشابهة للقياس معانى مختلفة . عندما نعتبر لفظ قياس ، فنحن نربطه عادة بتحديد البعد ، السعة ، المدى ، ... الخ . ويبدو أن التعريف الشائع للقياس هو التحديد الكمي للاشياء بالنسبة الى قواعد معينة . فمثلا ، قياس طول الفرد هو تحديد المسافة بين قدمه واعلى راسه باستخدام المسطرة . وقياس نسبة ذكاء طفل هو التحديد الكمى بالنسبة لنمط استجابته لمجموعة معينة من المشاكل . كذلك قياس أرضية الغرفة هو تحديد طولها وعرضها وبالتالى ، مساحتها . وعندما تقيس الزمن ، نعبر عنه بوحداته المناسبة . وفى كل الحالات نعبر عن النتيجة كميا ، اى ، فى صورة اعـــداد .

ومن ثم ، فان القياس يحول الصفات التى ندركها الى أشياء مألوفة ، يسهل تعلمها وهى « الأعداد » أو الأرقام . فمثلا ، معرفة كيف يستفيد عالم الفيزياء من معرفته ان الحديد ينصهر عنـــد درجة حرارة مرتفعة . ويتضح اهمية الدور الذى يلعبه القياس فى التعليم وايضا فى اى بحث اجتماعى أو ســـيكلوجى .

ويحدد ستيفنز (1951) Stevens القياس بقوله : « القياس بمفهومه الشائع ، هو التحديد العددى للاشـــياء أو الأحداث بالنســـبة الى قواعد » (٣ : ١) .

والجزء الهام فى تعريف ستيفنز هو « القاعدة » فى اى حالة خاصة . والتحديد العددى ببساطة لا يجعل العملية كميا . فمثلا ، تحديد عدد فريق كرة القدم هذا قياس كيفى على أحسن تقدير . وعلى ذلك ، نعدل قاعدة القياس بحيث تكون عملية كمية — اى العملية التى تنتج فى صورة اعداد ولها معنى كمى . وبالتالى سنقتصر لفظ قياس على الوصف الكمى .

والقياس عملية محايدة . وتعتمد قيمة الأحكام على الاحتياجات الفريدة

وأهداف الموقف . وفى أى موقف معين فان كفاءة « الأداة » تحدد كفاءة القياس ويتضمن تعريف ستيفنز أيضا انه اذا حددنا القاعدة ، فان قياس اى شيء سيكون ممكنا نظريا على الأقل . وتؤسس القواعد بصفة عامة على بعض الأسس المنطقية ، والتجريبية .

الغرض من القيـــاس النفسي :

يتضح مما سبق أن الغرض الأساسي للقياس هو الوصف الكمى . ونحن نهتم بدراسة وتقدير سلوك الانسان ، ويساعدنا القياس فى هذه الدراسة .

ومن اغراض القياس الرئيسية ، تحديد الفروق بين الأفراد وذلك بمقارنة الفرد بغيره فى ناحية من النواحى النفسية او المهنية ... وتحـــديد مركزه النسبى . أيضا ، تحديد الفروق داخل الفرد نفسه لمعرفة نواحى القوة والضعف بالنسبة لنفسه ، بمقارنة قدراته المختلفة معا . كذلك الفروق بين الجماعات وهذا يفيدنا فى دراسة سيكلوجية الجماعات وخصائص النمو . كذلك معرفة الفروق بين المهن المختلفة يفيد فى عملية الانتقاء المهنى وفى التوجيه المهنى وفى اعداد الفرد عموما للمهن .

طبيعة القيـــاس النفسي :

القياس النفسى عموما غير مباشر . اى اننا نقيس بالضبط الخواص السلوكية عن طريق الاستدلال أكثر من قياسنا له عن طريق الملاحظة المباشرة . نحن لا نستطيع أن نستخلص نسبة ذكاء الطفل مباشرة ، انما نستدل على الذكاء من ملاحظات سلوكية منتقاه . وبالطبـــع ، فان السلوك الذى اخترنا ملاحظته يحدده مفهومنا للذكاء . ويقاس التحصيل ، الاستعدادات ، سمات الشخصية ، القدرات الخاصة ، ..... بطريق غير مباشر .

والقياس النفسى قياس نسبى وليس مطلقا ، فوحدات مقاييس التحصيل المدرسى ، الذكاء ، الاستعداد ، الدوافع ليست مبنية على مقياس له صفر مطلق، كما هو الشـــان فى قياس الوزن او الارتفـــاع . وتعتمد معنى او تفسير درجة الاختبار أو مقياس الأداء على علاقتها بمحك او لبعض المحكات . وربما تعتمد المحكات او لا تعتمد على اداء مجموعة معينة . فمثلا ، لنفرض أن درجة طالب

هى ٦٨٪ اجابة صحيحة على اختبار · بغض النظر عن اداء أى فرد آخر على الاختبار ، فان الـ ٦٨٪ اجابة صحيحة لها معنى عندما ندرس الاختبار لتحديد فهم أو ادراك الطالب لأهداف Objectives متضمنة فى محتوى الاختبار · وتذكر ان الاختبار هو محكى المرجع عندما تبنى تفسير النتائج على اساس التفوق أو عدم التفوق لمجموعة اهداف يعكسها محتوى الاختبار ·

ايضا نستطيع تفسير الأداء المقاس بمقارنته لدرجات مجموعة معينة أو محددة · ممكن أن نسأل ، كيف تقارن هذه الدرجة مع متوسط الأداءات للفصل؟ مع كل الطلبة الذين أخذوا الاختبار ؟ مع كل الطلبة الذين أخذوا الاختبار ونسبة ذكائهم أعلى من ١٢٥ ؟

هنا استخدمنا المعلومة الاضافية بالنسبة للمجموعات المقارنة لتفسير الدرجة · وعندما نستخدم هذا الاتجاه ، فان القياس يكون نسبيا أى جماعى المرجع — ويستخدم هذا النوع من التفسير بكثرة · مع ذلك ، يجب أن نعترف ان الدرجة يكون لها بعض المعنى عندما تكون محكية المرجع · ويتم أحيانا تفسير كثير من الاختبارات باستخدام كل من الاستدلال المحكى والجماعى المرجع ·

ويتضمن القياس ، حتى فى العلوم الطبيعية ، نسبة من الخطأ · وتحدث الأخطاء بطرق عديدة ، مثل الخطأ فى الملاحظة ، أو الخطأ الملازم فى أداة القياس · فالعالم السلوكى ، فى انجازه لبحثه ، يعالج متغيرات البحث لغرض الملاحظة وقياس التغير فى الاستجابات · وللحصول على هذه القياسات ، فان الباحث يجب أن يحدد وحدة مناسبة من القياس تناسب بيانات البحث التى وصل اليها · ويضطر الباحث فى أثناء البحث والقياس ، ان يستخدم عينات صغيرة

نسبيا ، وتحدث اخطاء القياس بسبب :

١ — اخطاء العينة ·

٢ — اخطاء الصدفة او الأداة ·

٣ — اخطاء ثابتة مثل التعب ، الغش ، الاجراء (أو التطبيق) الخاطىء ·

مع ذلك ، فانه من الحماقة أن ندافع عن عدم استمرارية القياس النفسى بسبب الخطا الموجود ٠ بدلا من ذلك ، نحاول أن نحدد الأسباب ومدى الخطا ، وفى بعض المواقف ، ربما نستطيع حذف جزء منه على الأقل ٠

نستخلص مما سبق ، اربع خواص للقياس النفسى هى :

١ — القياس النفسى قياس غير مباشر :

حيث أننا نقيس ما يسمى بتكوينات فرضية أو أمور لا يمكن قياسها مباشرة كما نقيس بعض الأمور المادية ٠

٢ — القياس النفسى قياس كمى لبعد من ابعاد السلوك :

وذلك كتقدير درجات تعبر عن مستوى التلاميذ فى التحصيل أو الذكاء أو مهارة معينة ٠ فالتقدير الكمي شرط ضرورى ٠

٣ — القياس النفسى قياس نسبى وليس مطلقا :

وذلك لأن درجة صعوبة أو سهولة أى اختبار تختلف عن غيره من الاختبارات ، حيث أن لكل اختبار ما يسمى بارضية الاختبار وهو الحد الأدنى ، وما يسمى بسقف الاختبار وهو اقصى حد يصل اليه الاختبار ٠ اى أنه لا يوجد ما يسمى بالصفر المطلق المعروف فى القياس المادى ٠ كذلك تفسر الدرجة التى يحصل عليها الفرد فى أى اختبار عقلى ، بمقارنتها بالمعايير المستمدة من الجماعة التى ينتمي اليها هذا الفرد ٠

٤ — يوجد عنصر من الخطا دائما :

رأينا مما سبق ، أن القياس يحدد بانه الوصف الكمى لسلوك الانسان ٠ ولكى نشرح بدقة هذا السلوك ، يلزم أن يكون لدينا بعض المفاهيم الاحصائية الأساسية ٠

سوف نعرض فى هذا الفصل هذه المفاهيم الاحصائية الأساسية ٠

الثوابت والمتغيرات : Constants and Variables

مفهوم الظواهر Phenomena والموضوعات Subjects في القياس السيكلوجي له خواص اما ان تكون ثابتة أو متغيرة بالنسبة للمجموعة تحت الدراسة . فاذا كانت الخاصية هي نفسها لكل المختبرين فاننا نقول انهـــا ثابت Constant مثلا ، يعتبر السن ثابتا اذا كان العالم السيكلوجي يدرس زمن الرجع لعمر ١٨ سنة فقط . والمستوى الدراسي يعتبر ثابتا اذا كان المدرس يقيس أداء العلوم لمرحلة الصف الخامس مثلا . ممكن اعطاء اي عدد من الأمثلة ، وفي معظم مواقف القياس ، توجد خاصية أو اكثر ثابتة .

والمتغير هو خاصية ممكن أن تؤخذ على قيم مختلفة لمختبرين مختلفين . ففي المثال السابق ، ليس من المعقول أن كل الأفراد الذين في عمر الـــ ١٨ سنة لهم نفس زمن الرجع . لذلك ، فان زمن الرجع يكون متغيرا Variable ؟ وفي المثال الثاني ، توجد فروق في درجات أداء العلوم لمجموعة الصف الخامس بدون شك ، وهذا يجعل أداء العلوم متغيرا . أيضا ، فان أي موقف ممكن أن يشمل متغيرا او اكثر من متغير . وتختص المتغيرات بالافراد والأشياء مثل ، الوزن ، العمر ، زمن الرجع ، طلاقة الأفكار ، سرعة القراءة ، عدد أطفـــال الأسرة ، عـــدد التلاميـــذ .

وعندما توجد علاقة بين متغيرين اثنين ، فانـــه يطلق عليهـــا المتغيرات المستقلة والتابعة . ويؤثر المتغير المستقل على المتغير التابع . ونرى هذا غالبا في الأبحاث التجريبيـــة .

وتصنف المتغيرات المستقلة غالبا الى عدة مستويات . فمثلا ، متغير المعالجة ممكن تصنيفه الى عدد من المعالجات (ك) المختلفة ، او مستويات عمر مختلفة (ن) . حيث تدل الحروف ك ، ن على اعداد من ٢ او اكثر .

وتسمى المتغيرات بأسماء وصفية اخرى . فمثلا ، نتحدث احيانا عن المتغيرات التنظيمية Organismic Variables وهي متغيرات ترتبط بالنظام موضع الدراسة مثل السن والجنس . المتغيرات البيئية والمتغيرات التعليمية

Instructional Variables هى امثـلة اخرى وصـفية • عمـوما ، نحن نهتم فى القياس بالمتغيرات ، لكن معرفة الثوابت مهمة ايضا للتفسير الدقيق للموقف (٣ : ١٢) •

وتحدد المتغيرات كمتغيرات منفصلة او متصلة • فالمتغير المنفصل هو المتغير الذى تؤخذ قياساته على قيم منفصلة فقط ، مثل عدد الأفراد • اى انه المتغير الذى يقدر فقط قيما محددة فى مدى القياس •

اما المتغير المتصل ، نظريا ، هو المتغير الذى تؤخذ قياساته على أى قيمة داخل مدى معين • أى أنه يأخذ اى قيم فى مدى القياس • ومن أمثلة المتغيرات المتصلة ، متغير الوزن ، العمر ، وزمن الرجع • وحيث انه من غير الممكن عمليا ان يكون لدينا مقياس له عدد لانهائى من التدرجات ، فان التمييز الهام يكون فى الاتصال النظرى للمتغير • فمثلا ، نحن نعتبر الذكاء على أنه متغير متصل ولو أن قياساتنا تحدد عددا محدودا فقط من النقط على المقياس •

مسـتويات القيـاس :

يوضح الفحص السريع للقياس فى علم النفس ان كل مستويات القياس ليست متماثله • فهناك مقاييس مختلفة متضمنه فى الأنواع المختلفـة من القياس • ويجب أن يؤخذ فى الاعتبار ، بالطبع ، العمليات او الحسابات التى تتم على الأعداد ، وبالتالى التفسيرات التى نصل اليها • فمثلا ، هل قياس الاستعداد له نفس مستوى الاجراء مثل قياس الوزن ؟ هل قياس القلق يتضمن نفس العمليـات لقياس الذكاء ؟

وتصنف قواعد القياس بالنسبة لمقدار ونوع المعلومة المستمدة من الترقيم العددى بواسطة قاعدة خاصة • وهناك نظم للتصنيف ، احـدها التصنيف الذى قدمه ستيفز عام ١٩٤٦ وانتشر استخدامه • وتصنف قواعد القياس فى نظام ستيفنز الى أربع مستويات هى : الاسمى ، الترتيبى ، المسـافة ، والنسبة (٥ : ٢) •

القيـــاس الاســـمى : Nominal Measurement

مصطلح القياس الاسمى هو اسلوب او طريقة فى التسمية • وعلى ذلك فان القياس الاسمى (هو اعطاء اسم او اسماء) ويندر أن يطلق عليها قياس ويستخدم المقياس الاسمى اساسا لغرض التحديد ، ولا يتم معه اى عمليـــات حسابية ، مثل الجمع ، الطرح ، •• وبعبارة أخرى ، تصنف الملاحظات ببساطة فى فئات ولا توجد بالضرورة علاقة بين الفئات •

ممكن اعطاء الموضوع ا الرقم ١ والموضوع ب الرقم ٢ حيث أن أ ، ب يختلفان بالنسبة للصفة المقاسة • ولا يتبع هذا بالضرورة أن ب له صـــفة اكثر من الموضـــوع أ •

أيضا يستخدم المقياس الاسمى للتصنيف البسيط حيث لا يهتم بالفروق فى الدرجة ، مثل تصنيف البيانات فى فئتين فقط كمـــا هـــو فى توزيع كا٢ • التصنيف الى مؤنث ، مذكر ، كذلك التصنيف بالنسبة الى لون العينين • تصنيف آخر ، بالنسبة الى : الطبقـــة العليا ، الوسطى ، او الســـفلى • أو تصنيف اجابة الأفراد على سؤال فى المقابلة الشخصية نعم أو لا أو غير متاكد •

لنفرض مثلا ، أن الباحث يهتم بمعرفة عدد التلاميذ المسرورين وغير المسرورين • فاذا تمت مقابلة شخصية وتحدث لكل طفل وصنف اما الى طفل مسرور أوغير مسرور ،فانمثل هذا التصنيف يمثل مقياسا أسميا Nominal Scale ولا يتضمن هنا أى علاقة رياضية بين السرور وعدم السرور • فهم ببساطة مجموعتان أو فئتان مختلفتـــان •

وعندما يقسم المتغير المستقل لدراســـة ما ، الى مستويين (الى معالجتين مختلفتين) فان المتغير المستقل يعتبر متغيرا اســـميا حيث اننا نقارن ظروفا منفصلة • مثال آخر ، اذا قسمت درجات نسبة الذكاء الى الأعلى والأقل ، فهذا يصنف نسبة الذكاء كمتغير اسمى فى فئتين • وبينما يحل الأعلى والأقل على الرتبة وممكن اعتباره ترتيبا ، الا انهم يعاملون ببساطة كاسماء فئات وبالتالى يختصون بالبيانات الاسمية •

وتستخدم المقاييس الثلاثة الباقية للقياس خواص اضافية للارقام وهى : جمع الأرقام وقسمتها ، وترتيب الأرقام بالنسبة لحجمها ·

القيـــاس الترتيبى : Ordinal Measurement

المقياس الثانى فى الترتيب الهرمى لستيفنز هو القياس الترتيبى · ومصطلح الترتيبى هو اسلوب أو طريقة فى الترتيب · بطريقة أخرى . المقياس الترتيبى هو ترتيب الأشياء فى رتب ، بتصنيفهم بالنسبة الى أعلى من أو اقل من وعندما تكون عدد الأشياء اثنين ، فان التمييز بين القياس الاسمى والقياس الترتيبى يكون تمييزا تعسفيا · وكما ذكر سابقا ، فان مثل هذه الحالات سوف تعتبر قياســـا اسميا ·

والترتيب اما ان يكون من الأقل الى الأعلى ، أو من الأعلى الى الاقل وتعطى لكل درجة رقم بالنسبة لوضعها ، بمعنى ، الدرجة الأعلى تاخذ الرتبة ١ ، التالى ٢ ، ··· وهكذا · وفى حالة وجود درجتين او اكثر لهما نفس الوضع يؤخذ متوسط الرتب ·

مثال : الدرجات : ٢٢ ، ١٨ ، ١٨ ، ١٥ ، ١٣

الرتبـــة : ١ ، ٢ر٥ ، ٤ ، ٥

مثال : الدرجات : ٩١ ، ٨٨ ، ٨٥ ، ٨٥ ، ٨٥ ، ٨١ ، ٧٨

الرتبـــة : ١ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٧

ويمتاز الترتيب بأنه سهل ، مفهوم تماما بسبب شيوع استخدامه ، ويمكن تحديد الرتب المئينية ·

أما عن عيوبه فهو لا ياخذ فى الاعتبار حجم المجموعة ، بمعنى الرتبة ١٠ من ١٠ تكون مختلفة تماما عن الرتبة ١٠ من ١٠٠ · ولا يصلح الا مع المجموعات الصغيرة ، ولا يمكن اجراء المقارنة الا اذا ظلت المجموعة هى نفسها فقط ·

وعلى ذلك فان مقياس الرتبة يستخدم فى تحديد الأوضاع النسبية او

رتب الأفراد بالنسبة لدرجاتهم على الاختيار • لنفرض أن الباحث فى المثال السابق ، اختبر كل طفل فى الفصل ثم رتبه بالنسبة للسرور • هو حدد الآن مقدار سعادة الطفل بالنسبة لرتبته • وعندما يحدد رتبة الأشياء . فان الباحث يكون قد حصل على مقياس رتبه • وعلى ذلك يتم القياس الترتيبى عنـــدما يستطيع الشخص أن يستخلص درجات مختلفة للصفة فى الموضوعات • فاذا كان الرقم المعطى للموضوع (أ) اكبر من الرقم المعطى للموضوع (ب) ، فان الموضوع (أ) لديه الخاصية اكثر عن الموضـــوع (ب) •

ولا يتضمن استخدام مقاييس الرتبـــة مسافات متساوية بين القيم المتتابعـــة •

لنفرض مثلا ، اننا نريد ترتيب اربع طالبات بالنسبة للجمال (من الأقل جمالا لأكثرهن جمالا) ، يمكننا ترتيبهم كالآتى :

الأشخاص	الدرجة
أ	١
ب	٢
حـ	٣
د	٤

ولا نستطيع أن نحكم بأن الفرق بين مقدار الجمال الذى تملكه ا ، ب يكون اكبر او اقل عن الفرق بين مقدار الجمال لدى حـ ، د • ولذلك لايوجـــد معنى او اهمية تلحق بالقول ان الفرق بين درجات د ، حـ هى نفس المسافة بين درجات ب ، أ • انما تمثل الأرقام فى القياس الترتيبى ، اختزالا فى المجهود لتوضيح المعلومة ، بدلا من ذكر أن الطالبة د كانت اكثرهن جمالا وان حـ تليها ، وان أ اقلهن جمالا •

فالترتيب أو الرتبة لا يعطينا تقديرا لحجم الفروق الموجوده انما توضح الأعداد المحددة على مقياس ترتيبى وضع نسبى فقط بالنسبة الى الرتب •

ولكي نوضح هذه النقطة اكثر نفرض أن لدينا نسب ذكاء ثلاث تلاميذ وكان ترتيبهم كالآتي :

الطالب	درجة نسبة الذكاء	الفرق في نسبة الذكاء	الرتبة	الفرق في الرتبة
ا	١٤٨		١	
		١٨		١
ب	١٣٠		٢	
		٤٠		١
حـ	٩٠		٣	

نجد أن الفرق في الرتبة بين الطالب ا ، ب وبين ب ، حـ = ١ في كلتا الحالتين • بينما الفرق في درجة نسبة الذكاء بين ا ، ب = ١٨ بينما الفرق في درجة نسبة الذكاء بين ب ، حـ = ٤٠ •

نستخلص مما سبق ، أن مقياس الرتبة (أو القياس الترتيبي) يعطي معلومة عن الرتبة • ومن أمثلة مقاييس الرتبة : الوسيط ، الرتب المئينية Percentile ranks أو المئينيات ، المستويات : مثل أعلى من المتوسط ، متوسط ، أو أقل من المتوسط ، الترتيب مثل الأول ، الثاني ، الثالث ••• ومقاييس أخرى تدل على الترتيب •

مقاييس المسافة : Interval Measurement

لا تدلنا مقاييس المسافة على رتبة الأشياء فقط ، انما تدلنا أيضا على المسافة بين الأحكام أو الآراء Judjments • أى أن الفرق بين الأرقام يكون ذا معنى • اذا وجد بالاضافة الى الترتيب ، وحدات متساوية ، فانه يكون لدينا مقياس مسافة •

فمثلا ، اذا حصل طالب على الدرجة ٩٥ في اختبار ما ، بينما حصل آخر على الدرجة ٨٥ ، فهذا لا يعني أن الأول أداؤه أفضل عن الثاني فقط ، انما يعني أن اداءه افضل منه بعشر درجات • وهكذا ، فانه على مقياس المسافة فان المسافة لنقط عديدة تعتبر ثباتا نسبيا عند اى نقطة على المقياس • ويتضمن مقياس المسافة ، درجة الحرارة ، درجة نسبة الذكاء (I. Q.) ، ومستويات

النجاح أو الأداء . وكلها لها مسافات متساوية بين القيم المتتابعة . أى أن ، الفرق مثلا فى درجــة الحرارة بين ٢٠ ، ٢٥ هو نفس القيمة مثل الفرق بين الدرجة ٣٠ ، ٣٥ . ويدل الفرق المساوى لخمس نقط فى نسبة الذكاء على فرق مماثل فى القدرة العقلية سواء كان المدى هو الفرق من ٩٠ ــ ٩٥ أو من ١٤٠ ــ ١٤٥ . كذلك الفرق بين درجة فردين ٣٥ ، ٤٠ على سمة ما ، هو نفس الفرق بين درجة فردين آخرين ٤٨ ، ٥٣ على نفس السمة .

أى ان مقياس المسافة يتضمن اعطاء رقم (أو تحديد) لموضوع أو لشىء ما وهذا يساوى عدد وحدات القياس المساوية لمقدار الخاصية الموجــودة . فمثلا ، درجة حرارة قضيب معدن معين هى ٨٦° مئوية . كذلك ، فان الفروق المتساوية فى الأرقام تقابل فروقا متساوية فى مقادير الخاصية المقاســة . اى أن هذا النوع من المقياس ، يصمم لقياس المسافات المتساوية بين نقطتين محددتين . وتتم عمليات جمع وطرح المسافات مثلما تتم فى حالة المقادير أو الكميات ولا يوجد صفر مطلق بالنسبة لمقياس المسافة كما هو موجود بالنسبة للمسطرة أو الترمومتر . وهذه هى السمة الهامة التى تميز مقياس المســافة عن مقياس النسبة كما سنرى فيما بعد . وهذا يعنى أن أى شىء قياسة يساوى صفر لا يفتقر بالضرورة للصفة المقاسة . ومن ثم فان الماء عند درجة حرارة صفر مئوى لا يعنى مطلقا أنه بدون حرارة . أى أن نقطة الصفر على مقياس المسافة هو شىء عرفى ولا يدل على غياب أو عدم وجود الصفة المقاسة .

وتعتبر الاختبارات ومقاييس التقــدير Rating scales مقــاييس مسافة . وتعتبر الوحدة على مقياس التقدير أو الاختبار مساوية فى الحجم لأى وحدة اخرى . بالاضــافة الى ذلك ، فانه فى حالة الاختبارات ، تحول الدرجات الخام الى درجات معيارية لتاكيد خواص مقياس المســافة . وكما سنرى فيما بعد . فان معظم القياس السلوكى يعتبر قياس مسافة بطبيعته .

أيضا ترقيم السنوات هو مقياس مسافة . فمثلا ، ١٩٣١ تكون اكثر حداثة عن اى سنة اخرى لها رقم أصغر . والزمن بين ١٧٧٦ ، ١٧٨٠ يساوى الزمن بين ١٩٢٠ ، ١٩٢٤ . والمقاييس الاحصائية مثل المتوسط الحسابى ، الانحراف المعيارى والدرجات المعيارية ، مقياس « ت » ومعامل ارتباط العزوم هى امثلة لمقاييس المســافة .

مقـــاييس النســـبة : Ratio Scales

المقياس الأخير فى التنظيم الهرمى لستيفنز ، هو مقياس النســـبة · ومقياس النسبة له كل خواص مقياس المسافة بالاضـــافة الى نقطة الصفر المطلق · وهذه هى نقطة اختلافه عن مقياس المسافة ، حيث أن نقطة الصفر تدل على عدم وجـــود الصفة المقاسة تماما · وتوضح وحدة القياس فى هذا المقياس مقدار الخاصية والفروق المتساوية لها الموجودة فى الأشياء المقاسة · وحيث أن نقطة الصفر هنا ليست تعسفية لكنها مطلقة ، فاننا نذكر مثلا أن اله ضعف أو ثلاثة او اربعة أضعاف الخاصية عن ب ·

فمثلا ، مقاومة ٩ أوم تكون ٣ أضعاف مقاومة من ٣ أوم · الطول والوزن امثلة لمقاييس النسبة · الطول يساوى صفر يعنى انه لا يوجد طـــول على الاطلاق · الشخص الذى طوله ١٦٠ سم يساوى ضعف طول الولد الذى طوله ٨٠ سم · وسمى المقياس بمقياس النسبة لأن نسب الأرقام على مقيـــاس النسبة تكون لهـــا معنى ·

أى أن مقياس النسبة يزودنا بالمعلومة التى فى مقياس المسافة بالاضافة الى معلومة متعلقة بالمقدار المطلق لقياس الخاصية · فمثلا ، لو كانت أوزان ٣ افراد كالآتى : ٦٠ ك جم ، ٥٠ ك جم ، ٣٠ ك جم · فان هذه الأرقـــام تدل على ان الثلاثة ليسوا متســـاوين فى الوزن (معلومة إسمية) · وان الأول ازيد وزنا عن الثانى والثانى أزيد وزنا عن الثالث (معلومة ترتيبية) ·والفرق فى الوزن بين الأول والثانى هو ١٠ ك جم أقل من الفرق بين الثانى والثالث (معلومة مســـافة) ·

ويستخدم هذا النوع من القياس بكثرة وبصفة عامة فى القياســـات الطبيعية عنه فى القياس النفسى · فمقاييس الطول ، الوزن ، الزمن ، ···· لها نقطة الصفر المطلق · بينما القـــدرة العقلية ، الاتجاهات ، الاستعداد ، ومقاييس الشخصية ليس لها صفر مطلق · وعلى ذلك ، فان معظم القياس فى العلوم السلوكية والبحث التربوى يتم بالنسبة لقواعد القياس الاسمى ، الرتبة ، والمســـافة ·

الفصل الثانى

تبويب البيانات



مقـــدمة :

ان الغرض من تنظيم البيانات هو تسهيل عملية التحليل • ويمكن ان يعبر عن البيانات التى يحصل عليها بطريقتين : وصفيا وكميا • وترتبط الطريقة الوصفية بالدراسات التاريخية ، ومع ذلك ، فان بعض الدراسات الوصفية يمكنها التعبير عن البيانات جزئيا او كليا فى كلمات أكثر من التعبير عنها عدديا •

ويتعلق البحث الوصفى بتحديد العوامل مثل : الوضع الحالى ، اتجاهات المجموعة ، الأنشطة ، العلاقات التى توجد بين الظاهرة • ويلاحظ أنه فى اى دراســة وصفية فانه لابد أن تتضمن البيانات الوصفية تنظيما لائقا (أو منـــاسبا) :

١ ـــ البيانات المحددة لعينة البحث •

٢ ـــ وضع الأحداث فى تتابع الوقت المناسب •

بينما توصف (أو تشرح) تنظيم البيانات فى الصورة الوصفية بصفة عامة ، فان البيانات العددية تخضع لعمليات التحليل الحسابى ، ولذلك فان تنظيم المادة المعبر عنها كميا هو موضـــوع تنظيم البيانات •

ويسمى تنظيم البيانات لغرض العرض بالاحصاء الوصفى •

الاحصـــاء الوصفى :

تهتم الطرق الاحصائية بتقليل البيانات ــ سواء الكبيرة أو الصغيرة ــ الى عدد من الاصطلاحات الوصفية الملائمة ، ثم استخلاص الاستدلالات من ذلك • وتجمع البيـــانات بأى طريقة من الطرق العـــديدة للبحث (الطريقة التجريبية ، الاكلينيكية طريقة الملاحظة •••) بمساعدة وسائل القيـــاس المناسبة لموضـــوع البحث •

واختزال البيانات لعدد قليل من المقاييس الوصفية هو الجزء الخاص بالتحليل الاحصائى والذى سيؤدى الى فهم اعم وأفضل لكل البيانات •

تبويب البيانات ووصفها :

عندما نحصل على مجموعة من البيانات ، فان الخطوة الأولى هي تصنيف هذه البيانات أو تبويبها • فمثلا ، اذا كنا بصدد معرفة عدد أطفال كل أسرة ، فان التبويب يكون كالآتي : عدد الأسر التي لها طفل واحد ، عدد الأسر التي لها طفلان ، ••• الخ • أو اذا أردنا تصنيف عينة من ١٠٠٠ شخص مثلا بالنسبة للجنسية ، أو اذا أردنا تصنيفهم بالنسبة الى لون العين ، أو بالنسبة لأوزانهم المختلفة فى كل هذه المواقف ، فاننا نصنف بالنسبة الى الصفات المعطاه ، وسوف يوضح التبويب الناتج فروقا واضحة من سمة لأخرى • وتطلق على صفة مثل : الجنسية أو لون العين على أنها صفة غير مرتبة ومتقطعة • فمثلا لا يوجد فرق فى التبويب اذا كتبنا الجنسية المصرية قبل السودانية •

أيضا عدد أطفال كل أسرة صفة متقطعة لكن يمكن ترتيبها من العدد الأقل الى الأعلى • أيضا صفة مثل الطول يمكن ترتيبها ، لكنه يطلق عليها صفة متصلة لأنه يوجد عدد لا نهائى من القيم فى المسافات بين قيم الأطوال المختلفة • ويطلق عليها أحيانا بالسلسلة المدرجة Graduated وبالطبع ، فان السلسلة المتقطعة لا تسمح بهذة القيم البينية • فمثلا ، لا توجد أسرة لديها ½ ٢ طفل •

التوزيع التكرارى

هو وسيلة لتصنيف البيانات التى سبق جمعها • فهدف التوزيع التكرارى اذن ترتيب البيانات وتقسيمها تقسيما يسهل ادراك ما بينها من علاقات ، ويوضح صفاتها ودلالتها • ويعتمد التوزيع التكرارى فى جوهره على حساب مرات تكرار الأعداد • فمثلا مرات تكرار كل عدد من الأعداد التالية :

١ ، ٤ ، ١ ، ٣ ، ٣ ، ٤ ، ٣ ، ٣ هى :

الدرجة (س)	التكرار (ك)	ك × س
١	٢	٢
٣	٤	١٢
٤	٣	١٢

واذا أردنا معرفة مجموع الدرجات ، فاننا نضرب كل درجة فى مرات تكرارها (ك × س) كما هو واضح فى العمود الثالث • هذا فى حالة اذا كان المدى (أى الفرق بين أعلى درجة وأقل درجة) الذى تتراوح فيه الدرجات صغيرة • فمن السهل ان نكتب الأعداد مرتبة ترتيبا تصاعديا ثم نحسب تكرار كل درجة كما سبق أن وضحنا • اما اذا زاد الفرق بين أكبر درجة وأقل درجة (مثلا اعلى درجة ٩٠ واقل درجة ٤٠) ، فيجب أن تجمع هذه الدرجات فى فئات تحتويها جميعها ونرصدها فى صورة موجزة بسيطة • والتوزيع التكرارى يؤدى هذه المهمة • فهو ينظم ويصنف هذه البيانات ويزودنا باساس للتحليل الاحصائى المتصل • أيضا يحدد التوزيع التكرارى النزعة المركزية والتشتت •

خطوات تكوين جدول التوزيع التكرارى : ـ

أ ـ اختيار مدى الفئة :

لتحديد الفئات ينبغى أن نحدد أولا الحدين الأدنى والأقصى للقيم المعطاه • فمثلا ، اذا كانت اقل قيمة هى الدرجة ٤٠ واكبر قيمة هى ٩٠ ، فان المدى الكلى = ٥٠ درجة •

ويمكننا أن نقسم هذا المدى الكلى الى عدد معين من الفئات ، والباحث حر فى اختياره لمدى الفئة • فقد يختار مدى الفئة (او طول الفئة) يساوى ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١٠ ، ••• انما ينبغى أن يكون عدد الفئات مناسبا • فمثلا ، لا يقسم هذا المدى الى فئتين أو ثلاث أو العكس (أى يقسم الى عدد كبير من الفئات) حتى لا يضيع على الباحث الفوائد التى يمكن ان يجنيها من هذا التصنيف •

ب ـ يحسب تكرار كل فئة (ك) ومجموع التكرارات يجب أن تساوى عدد الأفراد (ن) •

ويطلق على تبويب البيانات بمثل هذه الطريقة بجدول التوزيع التكرارى•

طرق كتـــابة الفئــات :

هناك عدة طرق لكتابة الفئات نذكر منها اثنين : —

١ — نبدأ الفئة بقيمة محددة وتنتهى باقل من قيمة محددة فنقول مثلا من ٣٥ الى اقل من ٤٥ ، ٤٥ الى اقل من ٥٥ وهكذا · ويمكن اختصارها كالآتى:

٣٥···

٤٥···

٥٥··· وهكـــذا

فهذا الوضع يدل على ان الفئة الأولى تبدا بالدرجة ٣٥ وتنتهى قبـــل القيمة ٤٥· والثانية تبدأ من ٤٥ وتنتهى قبل القيمة ٥٥··· وهكذا · وممكن أن نبدأ التوزيع بدرجة اقل من أصغر قيمة (وهى هنا ٣٥) مثل ٣٠ او ٣١ أو ··· المهم اننا لا نبدأ أول فئة فى الجدول التكرارى بدرجة ازيد من اقل درجة · فمثلا نبدأ من الدرجة ٣٦ ، فتكون بالتالى قد أهملنا الطالب او الطلبة الذين حصلوا على الدرجة ٣٥ ·

٢ — الطريقـــة الثانيـــة :

ندخل كلا من بداية ونهاية الفئة ضمن الفئة كالآتى : —

٣٥ — ٤٥

٤٥ — ٥٤

٥٥ — ٦٤ وهكذا ··

وهذه الطريقة تصلح فى القيم المتقطعة التى لا يوجد فيها اتصال بين الوحدات الصحيحة · أما فى القيم المتصلة فاننا نصادف صعوبة فى تحديد فئـــة القيم التى بين ٤٤ ، ٤٥ أو التى بين ٥٤ ، ٥٥ حيث ان المســـافات البينية تحول دون الاستمرار الصحيح لتسلسل الفئات بالاضافة الى صعوبة التمثيل بالرسم البيانى · وللتغلب على هذه الصعوبة نحاول ان نحمل نهاية

الفئة الأولى هى بدء الفئة الثانية وذلك بتصنيف المسافة التى تقع بين نهاية فئة ، وبدء الفئة التى تليها .

مثـــــال (١) :

طبق اختبار على عينة مكونة من ٨٠ فردا وكانت درجاتهم كالآتى :

٦٨ ــ ٣٥ ــ ٧٦ ــ ٦٦ ــ ٤٩ ــ ٧١ ــ ٦٣ ــ ٧٧ ــ ٦١ ــ ٥٥ ــ
٧٨ ــ ٧٥ ــ ٧٨ ــ ٧٦ ــ ٦٥ ــ ٦٣ ــ ٩٨ ــ ٨٣ ــ ٩٤ ــ ٩١ ــ
٦٤ ــ ٥١ ــ ٤١ ــ ٦٢ ــ ٩٣ ــ ٥٠ ــ ٤٦ ــ ٨٥ ــ ٧٨ ــ ٦٩ ــ
٧٢ ــ ٥٦ ــ ٨٥ ــ ٩٧ ــ ٨٠ ــ ٨٣ ــ ٨٨ ــ ٧٢ ــ ٥٤ ــ ٥٤ ــ
٧٦ ــ ٧٥ ــ ٨٣ ــ ٩٧ ــ ٦٦ ــ ٧٤ ــ ٨٠ ــ ٩٢ ــ ٣٨ ــ ٩٦ ــ
٩٤ ــ ٦٩ ــ ٤٥ ــ ٥٠ ــ ٧٠ ــ ٧٨ ــ ٦٧ ــ ٨١ ــ ٨٢ ــ ٥٨ ــ
٩٩ ــ ٧١ ــ ٨٦ ــ ٨٤ ــ ٤٥ ــ ٦٦ ــ ٨١ ــ ٨٥ ــ ٨٩ ــ ٣٩ ــ
٥٤ ــ ٦٦ ــ ٥٣ ــ ٥٧ ــ ٣٦ ــ ٤٠ ــ ٧٤ ــ ٧٦ ــ ٩٠ ــ ٤٩ ــ

والمطلوب تصنيف هذه القيم فى مجموعات .

الحـــل :

هذه الدرجات فى وضعها هذا لا يمكن أن يفيد الباحث فى اعطائه فكرة واضحة عن هذه المجموعة ، ولذلك فانه من الطبيعى أن يفرغ هذه البيانات فى جدول ، اى يصنف هذه القيم الـ ٨٠ فى مجموعات .

المدى الكلى = ٩٩ ــ ٣٥ = ٦٤ .

الفئـــات (ف)	التكرار (ك)
٣١ ــ	٥
٤١ ــ	٨
٥١ ــ	٩
٦١ ــ	١٤
٧١ ــ	١٩
٨١ ــ	١٥
٩١ ــ	١٠
	٨٠

مثـــال (٢) :

طبق اختبار فى الحساب على ٩٢ طالبا وكانت درجاتهم كالآتى :

٨٧ — ٦٢ — ٧٩ — ٥٢ — ٦٦ — ٧٦ — ٩٧ — ٨٣ — ٦٩ — ٥٧ —
٧٢ — ٨٥ — ٩٣ — ٧٥ — ٦٥ — ٨٤ — ٤٧ — ٨٧ — ٧٠ — ٨٩ —
٧١ — ٦٠ — ٨٠ — ٩١ — ٧٥ — ٥٥ — ٧٣ — ٧٩ — ٨٠ — ٩٦ —
٦٩ — ٩٠ — ٥٨ — ٦٨ — ٩٢ — ٦١ — ٧٥ — ٨٥ — ٦٠ — ٨٠ —
٥٤ — ٥١ — ٨٢ — ٩٥ — ٧٠ — ٩١ — ٦٢ — ٦٩ — ٧٦ — ٦٤ —
٨٦ — ٦٠ — ٦٧ — ٧٤ — ٨٣ — ٧٠ — ٥٧ — ٧٧ — ٩٠ — ٦٦ —
٧٢ — ٦٠ — ٧٧ — ٨٠ — ٦٤ — ٨٤ — ٧٧ — ٨٤ — ٧٢ — ٧٥ —
٧٨ — ٨٠ — ٦٢ — ٨٧ — ٧٨ — ٧٣ — ٧٦ — ٨٧ — ٧٣ — ٨٥ —
٨١ — ٧٦ — ٧٨ — ٧١ — ٨١ — ٧٢ — ٧٥ — ٦١ — ٨٣ — ٨٠ —
٩٠ — ٨١ .

الحـــل :

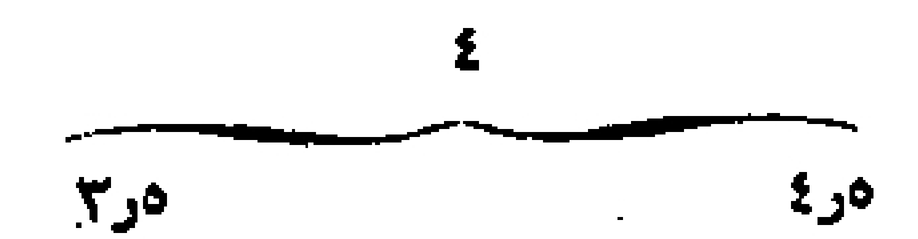
المدى الكلى = ٩٧ — ٤٧ = ٥٠ .

الفئـــات (ف)	التكرار (ك)
٤٦ —	١
٥١ —	٤
٥٦ —	٧
٦١ —	٨
٦٦ —	١٠
٧١ —	١٥
٧٦ —	١٨
٨١ —	١٣
٨٦ —	٩
٩١ —	٥
٩٦ —	٢
	٩٢

الحدود الحقيقية للفئـــات :

رأينا سابقا أن هناك نوعين من سلسلة المتغيرات : المتقطعة والمتصلة ٠ والمتغيرات فى السلسلة المتقطعة وحداتها مميزة ، والفراغات محددة بين القيم ولا توجد قيم بينـــه وبينها ٠

أما السلسلة المتصلة ، من الناحية الأخرى ، فيمكن تقسيمها لأى درجة ٠ ويمكن النظر للقيم فى السلسلة المتصلة على انها نقط على متصل اكثر من اعتبارها نقطة منفصلة ٠ فالدرجة على اختبار أو أى مقياس للطول ، يمكن النظر اليها على انها مسافة بين نقطتين ٠ فدرجة ٤ فى اختبار ما (مثلا) لا يمكن اعتبارها نقطة منفصلة محددة على المقياس ، بل على انها مسافة حدها الأدنى ٥ر٣ وحدها الأقصى ٥ر٤ ٠ أى هى امتداد فى كلا الاتجاهين من نقطة المنتصف كالآتى :



فالدرجة ٤ هى المسافة الفعلية بين ٥ر٣ ، ٥ر٤ ٠

وتطبيق نفس المبدأ على الفئات فان المسافة مثلا بين (الدرجة ٦ — ٩) ممكن أن تحدد على انها المسافة من الحد الأدنى للقيمة الصغرى (٥ر٥) للحد الأعلى للقيمة الأعلى (٥ر٩) ٠

منتصف الفئـــة :

تفقـــد الدرجـــــات المجمعـــة فى التوزيـــع التكـــرارى ذاتيتها (أو وحدتهـــا identities) عندما تمثل فى الفئات ، ولذلك تمثل بواسطة منتصف الفئة ٠ ويحسب منتصف الفئة بجمع بداية ونهاية كل فئة (سواء كانبالنسبة لطرفى الفئة أو حديها الحقيقيين) فالنتيجة واحدة فى كلتا الطريقتين) والقسمة على ٢ ٠ أو باضافة نصف مدى الفئة على بداية كل فئة ٠

فمثلا : منتصف الفئة (٦ — ٩) هو ٥ر٧

$$\frac{٦ + ٩}{٢} = \frac{١٥}{٢} = ٥ر٧$$

$$\frac{٥ر٥ + ٥ر٩}{٢} = \frac{١٥}{٢} = ٥ر٧$$

التوزيع التكرارى المتجمع للدرجـات الخـام :

يهدف الى معرفة عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تقل عن درجـة ما معينة او تزيد عليها ٠

فمثلا اذا كان لدينا تكرار درجات ١٠ افراد فى اختبار ما كالآتى

الدرجـة (س)	التكرار (ك)
٣	١
٤	٢
٥	٤
٦	٢
٧	١

واردنا معرفة عدد التلاميذ الذين حصلوا على درجات تقل عن الدرجة ٥ نجد أنه ٣ ٠ اى ان عدد الأفراد الذين حصلوا على الدرجة ٤ + عدد الأفراد الذين حصلوا على الدرجة ٣ ٠

اى = ٢ + ١ = ٣

اذا أردنا أن نعرف عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تقل عن الدرجة ٤ نجـد أنه = ١ ٠٠٠ وهكذا ولذلك نستعين بالتكرار المتجمع التصـاعدى لمعرفة عدد الأفراد الذين حصلوا على درجة تقل عن مستوى معين كما هو موضح فى الجـدول الآتى :

الدرجـة	التكرار	تكرار متجمع تصاعدى
٣	١	١
٤	٢	٣
٥	٤	٧
٦	٢	٩
٧	١	١٠
	١٠	

أما اذا أردنا معرفة عـدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تزيد عن درجة ما ، نحسب التوزيع التكرارى المتجمع من أسـفل الى اعلى ، (تكرار متجمع تنازلى) كما هو موضح فى الجدول التـالى :

الدرجـة	التكرار	تكرار متجمع تنـازلى
٣	١	١٠
٤	٢	٩
٥	٤	٧
٦	٢	٣
٧	١	١
	١٠	

فمثلا ، عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تزيد على الدرجة ٦ هم ١ .
وكذلك عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تزيد على الدرجة ٥ هم ٣ .
وهـكذا .

تمثيل التوزيع بالرسم

يعطينا الجدول التكرارى صورة عامة عن توزيع القيم ، اى تكرارهـا النسبى الا انه يفضل مثل هذا التوزيع بالرسم ، فهذا يجعل ايصال المعلومة الاحصائية اسهل ويزيدها توضيحا .

ويستخدم فى التمثيل بالرسم طرق عديدة اهمها :

١ — المضلع التكرارى Frequency Polygon

٢ — المدرج التكرارى Frequency Histogram

٣ — المنحنى التكرارى Frequency Curve

وهذه هى الخطوات الرئيسية بالنسبة لكل منها .

١ — المضلع التكرارى :

- اختر القياس المناسب لتمثيل الوحدات المعطاة فى الجدول .
- ضع حدود الفئات على المحور الأفقى ودرج المحور الراسى مبينا ما تمثله الارتفاعات المختلفة من التكرار .
- عبر عن تكرار كل فئة بنقطة توضع فى مركز الفئة تماما وعلى ارتفاع معادل لتكرارها حسب القياس الذى سبق اتخاذه .
- صل بين النقط المتتالية بمستقيمات فيكون الشكل هو المضلع المطلوب .
- ومن المتبع عادة أن يضاف الى التوزيع فى الرسم فئتان احدهما أقل من أصغر فئة فى التوزيع والأخرى اعلى من اكبر فئة فيه ، ويكون تكرارهما بطبيعة الحال = صفرا .

٢ — المدرج التكرارى :

يمثل التكرار هنا بمستطيل بدلا من نقطة ، ويرسم المستطيل على الفئة كلها ويكون ارتفاعه (طوله) معبرا عن تكرار الفئة . ومعنى هذا أن الطريقتين تختلفان فى الفرض . ففي المدرج التكرارى نفرض أن التكرار موزع بانتظام على جميع قيم الفئة ، اما فى المضلع فنحن نفرض أن جميع قيم الفئة تمثلها قيمة واحدة هى مركز الفئة .

٣ ـ المنحنى التكرارى :

لا يختلف عن طريقة رسم المضلع الا فى استعماله الخطوط المنحنية بدلا من الخطوط المستقيمة المتكسرة . الا أن المنحنى التكرارى يستعمل عادة لاعطاء شكل التوزيع بوجه عام ، مع تجاهل بعض مظاهر عدم الانتظام الذى قد يوجد فى التوزيع نتيجة للصدفة أو لاختيار العينة . ويمكن اعطاء الشكل العـام للتوزيع برسم منحنى عام يمر باكبر عدد من النقط المعبرة عن التكرار الحقيقى للفئات والقريبة على قدر الامكان ، وبشرط أن يقترب المنحنى من النقط التى لا يمر بها ، على قدر الامكان ، وتتوقف هـذه الوسـيلة بالطبع على التقدير الشخصى .

والمنحنى الذى يحصـل عليه بواسـطة الرسـوم البيانية البسيطة by graphic smoothing Schemes أو بواسـطة التسوية Smoothing المتكررة للتكرارات باستخدام طريقة المتوسـطات المتحركة يعرف بالمنحنى التكرارى . frequency Curve

ويتم تحريك المتوسطات ، عن طريق أخذ المتوسط لثلاث فئات . يحصل على القيمة المحسنة لفئة ما بجمع التكرارات فى هذه الفئة والفئتين المجاورتين لها ثم القسمة على ٣ .

مثال : يوضح الجدول الآتى للتوزيع التكرارى لنسبة ذكاء ١٦١ طالب والتكرار المعدل لهم كما يتضح فى العمود الثالث من الجدول (٦ : ٦).

ف	ك	التكرار المعدل	التكرار المتجمع
١٦٠ـ	١	٣ر	١٦١
١٥٠ـ	٠٠	١ر٣	١٦٠
١٤٠ـ	٣	٤	١٦٠
١٣٠ـ	٩	١٣ر٧	١٥٧
١٢٠ـ	٢٩	٢٥ر٧	١٤٨
١١٠ـ	٣٩	٣٤ر٣	١١٩
١٠٠ـ	٣٥	٣٥ر٣	٨٠
٩٠ ـ	٣٢	٢٥	٤٥
٨٠ ـ	٨	١٤	١٣
٧٠ ـ	٢	٣ر٧	٥
٦٠ ـ	١	١ر٣	٣
٥٠ ـ	١	١	٢
٤٠ ـ	١	٧ر	١

فان القيمة المعدلة (أو المحسنة) للفئة ٨٠ ـ ٩٠ = $\frac{٢+٨+٣٢}{٣}$ = $\frac{٤٢}{٣}$

= ١٤ وللفئة ٩٠ ـ = $\frac{٨+٣٢+٢٥}{٣}$ = وهكذا ...

والعمود الثالث فى الجدول السابق يوضح القيم المعدلة للتكرار .

وهناك نوع آخر من الرسم البيانى يمكن الحصول عليه باستخدام التكرار التصاعدى . ويحصل على هذه القيم بالاضافة المتتابعة للتكرارات ، بادئا من الفئة الأولى (أو أصغر فئة) . وتتضح هذه القيم فى العمود الرابع فى الجدول السابق .

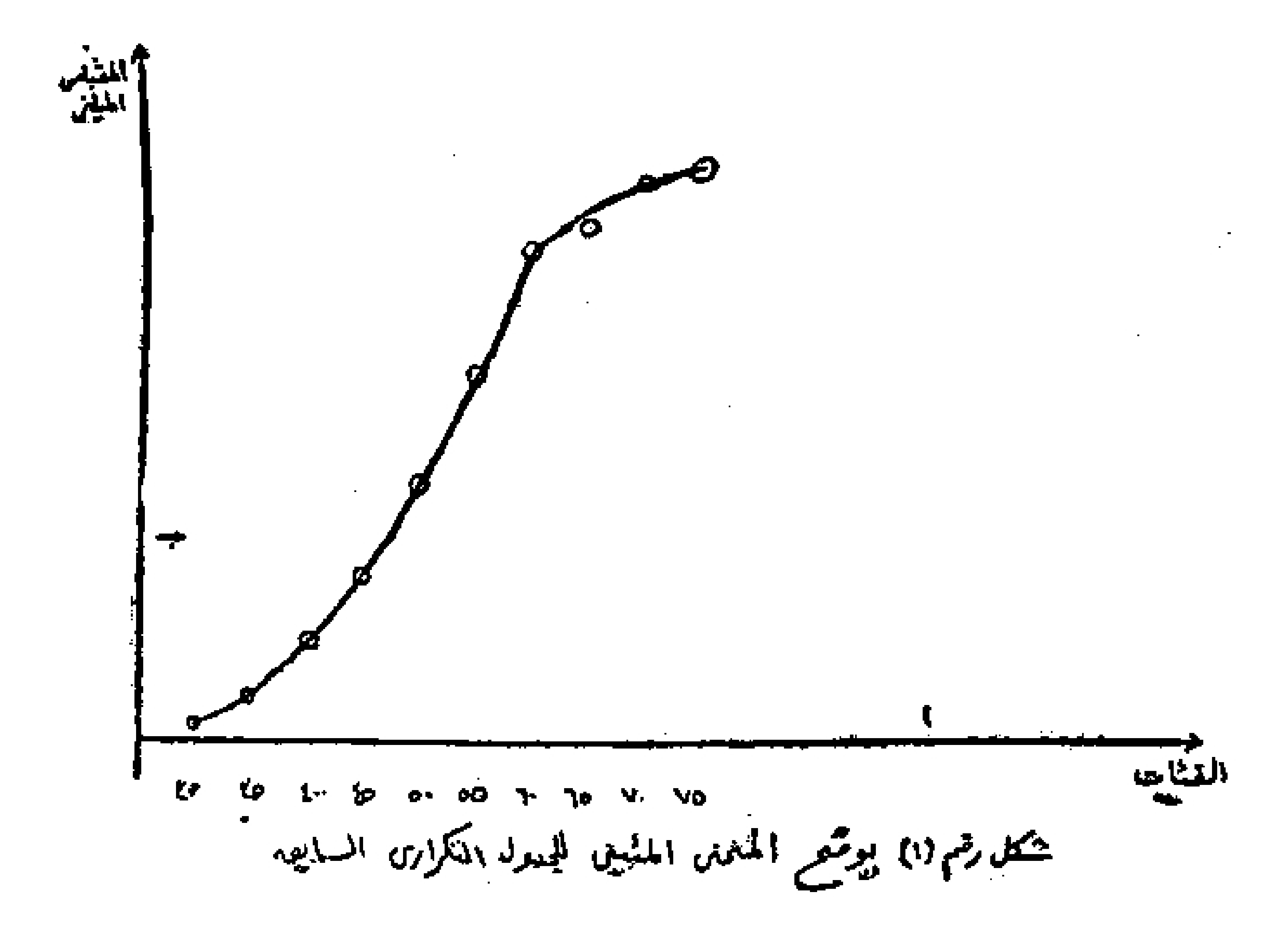
ويوضح الجدول التجمعى عدد الأفراد الذين يقعون أسفل نقطة معينة فاذا رسمنا القيم المتجمعة ثم وصلنا هذه النقط ، فاننا نحصل على منحنى غوطى Ogive Curve . ويلاحظ انه فى رسمنا للتكرارات المتجمعة ، لانستخدم منتصف الفئة ، لكننا نستخدم الحد الأعلى .

والمنحنى المعدل Smooth Curve الأكثر استخداما فى تمثيل درجات الاختبار هو المنحنى المئينى او الـ Ogive ، ولذلك نحسب النسبة المئوية للتكرار المتجمع كما يتضح فى العمود الأخير من الجدول التالى (٢ : ٤٥) :

ف	ك	التكرار المتجمع	النسبة المئوية للتكرار المتجمع
٧٥—	١	٤٢	١٠٠
٧٠—	١	٤١	٩٨
٦٥—	٤	٤٠	٩٠
٦٠—	٩	٣٦	٨٦
٥٥—	٨	٢٧	٦٤
٥٠—	٧	١٩	٤٥
٤٥—	٥	١٢	٢٩
٤٠—	٤	٧	١٧
٣٥—	٢	٣	٧
٣٠—	١	١	٢
	٤٢		

وتمثل كل قيمة النسب المئوية للتكرار المتجمع بنقطة على الحد الأعلى لهذه الفئة (الخط الأفقى الذى يفصل هذه الفئة عن الفئة الأعلى منها) ، حيث انها تتضمن النسبة المئوية للدرجات حتى هذه الفئة .

ويوضح الشكل التالى المنحنى المئينى للجدول التكرارى السابق .



شكل رقم (١) يوضح المنحنى المئيني للجدول التكراري السابق

اى رسم افضل ؟

هناك فرق بسيط بين المضلع والمدرج التكرارى ، ولذلك فان الاختيار بينهما يعتمد على طبيعة ومقدار البيانات المطلوب تسجيلها • فمثلا ، اذا اردنا مقارنة اداء الأولاد بالبنات على نفس الرسم ، فانه يفضل المضلع التكرارى (لأن استخدامه اسهل واوضح) ، حيث يمكن استخدام لونين او نوعين مختلفين من الخطوط لتحديد حدود المنحنيات • أما اذا استخدمنا المدرج التكرارى لهذا الغرض فسوف يكون أقل وضوحا واكثر صعوبة فى التفسير • وكما راينا سابقا فان المدرج التكرارى لا يقفل اذا اضفنا فئتين للنهايتين العليا والسفلى • ايضا ، تغطى الفئات وتتناسب مباشرة مع تكرار الفئة •

اما اذا كان عدد أفراد المجموعتين غير متساو ، فانه يحصل على مقارنة جيدة بتحويل التكرارات لكل مجموعة لنسب مئوية •

ولا يختلف وصف أو شرح المضلعات المبنية على اساس النسب المئوية للتكرارات ، انما هى انعكاس فقط لاختلاف عدد الأفراد حتى يسهل مقارنتها •

وبالنظر الى الرسم نستطيع أن نستنتج اذا كانت هناك فروق ملحوظة بين المجموعتين فى السمة المقاسة ، أو الى أى مدى يتداخل التوزيعان ٠

شرح التوزيعات التكرارية :

عندما يرسم المضلع التكرارى ويسوى ، نجد غالبا منحنى له قمة أو حد أقصى جانبى القيمة العظمى ٠ أى أن التوزيع التكرارى أو المضلع التكرارى يمكنه توضيح اربعة اوصاف مميزة :

(أ) تجمع الأفراد عند قيمة مركزية معينة ٠

(ب) التشتت حول هذه القيمة ٠

(حـ) التماثل أو عدم التماثل ٠ Symmetry

(د) الانبساط (أو التسطح flatness) أو الانحدار Steepness ٠

كثير من المتغيرات أو السمات تعطى توزيعات يطلق عليها شكل المنحنى الجرسى تقريبا ، لكن هذا الوصف غير كاف للأغراض العلمية ٠ فنحن نريد أن نعلم حول اى قيمة معينة تتجمع وتتشتت درجات الأفراد . الى اى مدى يكون التوزيع متماثلا ، والى اى درجة تنبسط ، ولذلك نحتاج لمقاييس النزعة المركزية ، مقاييس التشتت أ والانتشار ، مقاييس الالتواء Skewness ومقاييس الانبساط ٠ مثل هذه المقاييس ، يمكننا وصف التوزيع بطريقة رياضية ٠

لذلك سنتطرق لمقاييس النزعة المركزية ، التشتت ، الألتواء والانبساط ٠

تمارين :

١ — طبق اختبار للتحصيل على ٢٠ طالبا وكانت درجاتهم كالآتى :
٧٥ — ٨٨ — ٨٠ — ٨٥ — ٧٨ — ٩٠ — ٨٢ — ٨٨ — ٧٦ —
٨٢ — ٨١ — ٨٩ — ٧٧ — ٨٤ — ٨٨ — ٩٣ — ٩١ — ٨١ —
٨٥ — ٨٧ والمطلوب تصنيفها فى جدول توزيع تكرارى ٠

٢ — هذه درجات ٦٠ طالبا فى امتحان اللغة الانجليزية والمطلوب تصنيفها فى ٧ فئات تبدأ من ١ ، ٥ ، ٠٠٠٠

٨ — ٢٦ — ٤ — ٦ — ٢٥ — ١٢ — ١٨ — ٢٩ — ٩ — ٢١ —
٢٣ — ١٣ — ٢١ — ٣٥ — ١٧ — ١٧ — ٥ — ١٥ — ٣٣ —
٢٠ — ٣٢ — ٦ — ١٧ — ٢٨ — ٢١ — ٢٠ — ١٩ — ١٦ —
٢٢ — ١١ — ٢٧ — ٢٧ — ١٠ — ١١ — ٢٤ — ٢٤ — ١٧ —
١٠ — ١٢ — ١٩ — ١٧ — ٤ — ١٣ — ٥ — ٣٠ — ٧ —
٢١ — ١٢ — ٢٥ — ٣ — ١ — ٢٨ — ٣٣ ١٢ — ٢٢ —
٩ — ٣ — ١٦ — ٢٥ — ٢١ ٠

٣ — فيما يأتى درجات ٥٠ طالبا فى اختبار القدرة اللغوية ، والمطلوب تصنيف هذه الدرجات فى جدول تكرارى مدى كل فئة فيه ٣ درجات٠

١٥ — ٣٧ — ٢٨ — ٢٥ — ١٨ — ١٤ — ٢٢ — ٢٤ — ٣٥ —
٣٥ — ٤٤ — ٣٨ — ٤٥ — ٤٢ — ٥٠ — ٢٦ — ١٥ — ٢٥ —
٢٧ — ٣٠ — ٣٤ — ٢٥ — ٤٦ — ٣٤ — ٢٢ — ٣٦ — ٢٨ —
٢٧ — ٢٣ — ٢٣ — ٢٨ — ٢٧ — ٢٥ — ٤٥ — ٢٧ — ٣٨ —
١١ — ٤١ — ١٧ — ٣٨ — ٥ — ٣٧ — ٨ — ١٩ — ٣٢ —
٢٩ — ٣٢ — ٢٢ — ٢٢ — ١٦ ٠

٤ — مثل الجدول التكرارى للسابق بالرسم مستخدما فى ذلك : —

(أ) مضلعا تكراريا ٠

(ب) مدرجا تكراريا ٠

٥ — اعد تصنيف الدرجات السابقة فى جدول تكرارى مدى كل فئة فيه ٥ درجـــات ٠

٦ ـ فيما يأتى درجات ٣٨ طالبا فى اختبار ما ـ والمطلوب تصنيف الدرجات فى جدول تكرارى مدى الفئة فيه ٥ درجات ٠

٩٠ ـ ١٠٤ ـ ٧٨ ـ ٤٤ ـ ٨٩ ـ ٨١ ـ ٩٣ ـ ٦٦ ـ ٨٢ ـ ٧٠ ـ
٨٠ ـ ٥٨ ـ ٧١ ـ ٨٤ ـ ١٠٦ ـ ٩٧ ـ ٤٧ ـ ٧٥ ـ ٥٩ ـ ٦٨ ـ
٨٤ ـ ٩٧ ـ ٩٥ ـ ٧٥ ـ ٧٢ ـ ١١٢ ـ ١٠٠ ـ ٥٩ ـ ١٠٠ ـ
٥١ ـ ٧٤ ـ ٦٢ ـ ٨٣ ـ ٩٥ ـ ٦٩ ـ ١٠٩ ـ ٧٥ ـ ٩١

٧ ـ هذه درجات ٤٠ طالبا فى اختبار التحصيل ٠ والمطلوب تصنيف هذه الدرجات فى جدول تكرارى مدى كل فئة فيه خمس درجات ٠

٤٢ ـ ٣٦ ـ ١٦ ـ ٢٥ ـ ٢٦ ـ ٢٩ ـ ١٩ ـ ١٧ ـ ٢٥ ـ ٢٧ ـ
٢٩ ـ ٢١ ـ ٢٠ ـ ٤١ ـ ٣٨ ـ ٤٤ ـ ٣٦ ـ ٣٩ ـ ١٥ ـ ٣٠ ـ
٣٤ ـ ٢٢ ـ ٢٦ ـ ٣٣ ـ ٣١ ـ ٢٢ ـ ٢٤ ـ ٣٢ ـ ٤٤ ـ ٣٨ ـ
٣٦ ـ ٢٣ ـ ٣٤ ـ ٢٧ ـ ٣٣ ـ ٢٣ ـ ٢٨ ـ ٢٧ ـ ٢٣ ـ ٣١ ـ

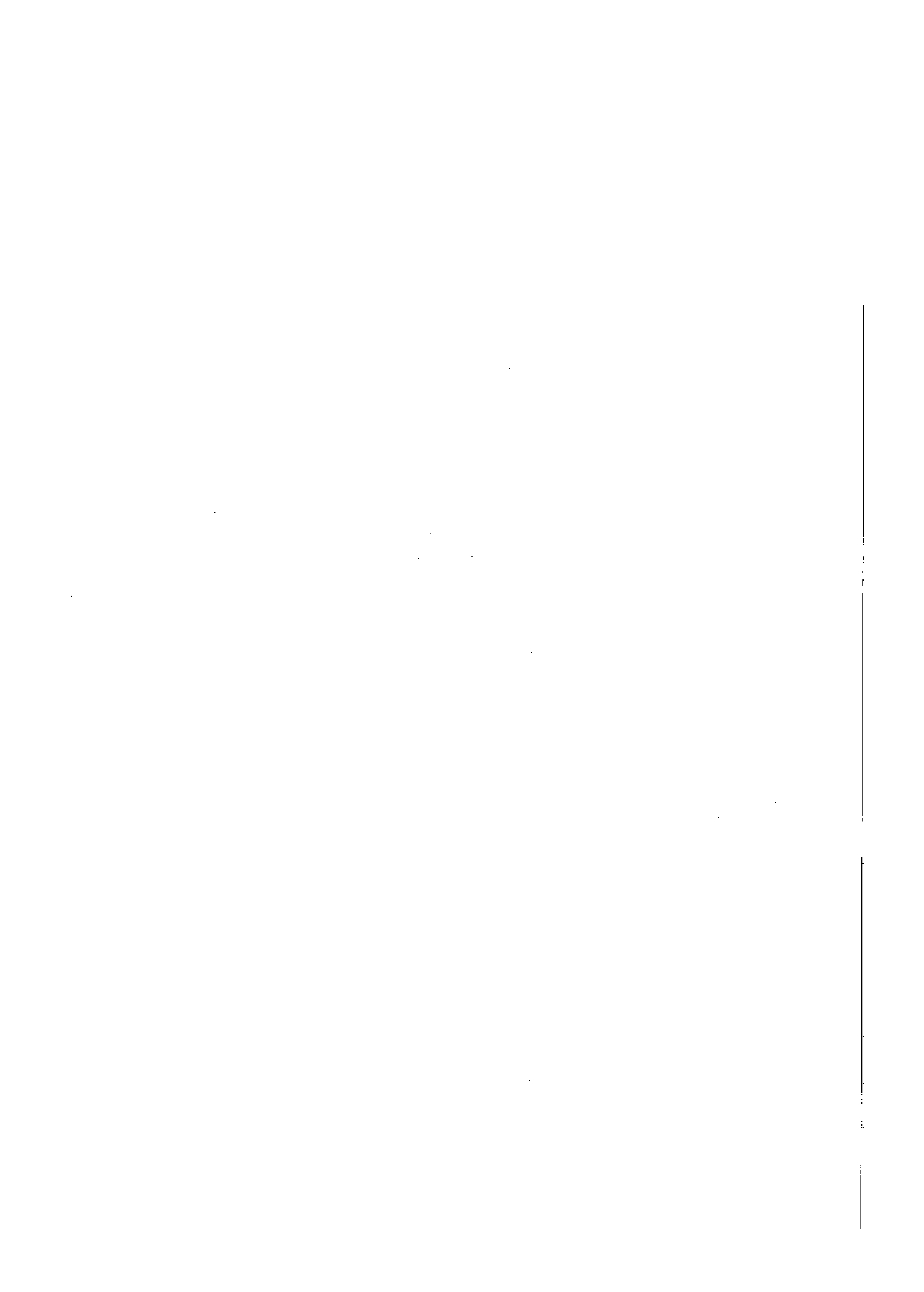
٨ ـ مثل للجدول التكرارى السابق بالرسم مستخدما فى ذلك : ـ

(أ) مضلعا تكراريا ٠

(ب) مدرجا تكراريا ٠

الفصل الثالث

مقاييس النزعة المركزية



مقاييس النزعة المركزية

CENTRAL TENDENCY

رأينا فى الفصل السابق كيف تجمع وتلخص خواص الدرجات بيانيا او فى صورة جدول وسرعان ما يتضح لنا من هذا الجدول ان هناك اتجاها لكى تجمع الدرجات بنسبة حول درجة داخلية ٠

ويشار الى النزعة نحو التجمع فى المنحنى الاعتدالى بالنزعة المركزية ٠ ويسمى الاحصاء الذى يعطى مقاييس الدرجات المركزية بمقاييس الوضع المركزى Central Location او مقاييس النزعة المركزية ٠ وتحدد النزعة المركزية احصائيا بواسطة ثلاثة مقاييس هى المتوسط ، الوسيط ، الشائع ، ومع ذلك فان كلا منهم تحدد منتصف التوزيع بطريقة مختلفه ٠ فالشائع هو الدرجة الاكثر تكرارا ، الوسيط هو الدرجة الوسيطية ، والمتوسط هو المتوسط الحسابى لمجموعة من الدرجات ٠

اى أن المقاييس المختلفة للنزعة المركزية لمجموعة من الدرجات تتضمن تعريفات مختلفة « للدرجات المركزيه » ٠ وسوف تدرس هذه المقاييس بالتفصيل

١ — المتوسط

المتوسط (م) هو المتوسط الحسابى لعينه معينة ٠ وهو من أكثر المقاييس الاحصائية انتشارا وذلك لسهولته وفائدته ، ونحن جميعا لدينا الفة بمفهوم المتوسط او متوسط القيمة ٠ فنحن نقرأ او نتحدث عن متوسط الوزن ، متوسط الطول ، متوسط الدخل ، ٠٠٠٠ وهكذا ٠

وتختلف طرق حساب المتوسط الحسابى تبعا لمدى تبويب البيانات العددية ٠

وسنتناول طريقة الدرجات الخام — طريقة التكرار — طريقة الفئات — الطريقة المختصره — ثم متوسط المتوسطات او ما يسمى بالمتوسط الوزنى ٠

(أ) حساب المتوسط من الدرجات الخـــام

هو مجموع الدرجات مقسومة على عددها . فاذا كان لدينا مجموعة ن من القيم $س_١$ ، $س_٢$ ، ... س فان المتوسط يكون خارج قسمة مجموعها على « ن » ، حيث ن هي عدد الدرجات في المجموعة ويرمز للمتوسط بالرمز « م » ويعبر عنـــه كالآتى : —

$$\text{المتوسط م} = \frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عدد الأفراد}} = \frac{\text{مج س}}{\text{ن}}$$

فمثلا : اذا كانت درجات ٤ أطفال على اختبار للفهم هي : —

٦ ، ٣ ، ٢ ، ٥ ، فان متوسط درجة الفهم على هذا الاختبار يحصـــل عليها بجمع الدرجات الأربعة وقسمتها على عدد الأفراد الذين اختبروا .

$$\therefore \text{م} = \frac{٦ + ٣ + ٢ + ٥}{٤} = \frac{١٦}{٤} = ٤$$

كذلك متوسط الدرجات ١ ، ٤ ، ١٠ هو ٥ .

وبتمثيل هذه القيم على الخط العددى ، نرى أن المتوسط هو نقطة الاتزان في التوزيع ، أى أنه ، اذا اعتبرنا أن الخط مثل المسطرة والأشياء لها وزن متساو وممثله عنـــد النقط $س_١$ ، $س_٢$ ، $س_٣$ فان نقطة الاتزان تكون عنـــد القيمـــة ٥ .

١	٤		١٠
$س_١$	$س_٢$	م	$س_٣$

مثال : احسب المتوسط للدرجـــات التالية لـــ ١٥ طالبا في امتحـــان الرياضـــة .

٩٨ — ٩٧ — ٩٥ — ٩٣ — ٩٠ — ٨٩ — ٨٩ — ٨٤ — ٨٢ — ٨٢ — ٧٨ — ٧٣ — ٧٠ — ٦٠ — ٥٠ .

الحل = م = $\frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}}$ = $\frac{١٢٣٠}{١٥}$ = ٥ر٨٢

وهذه الطريقة اكثر دقة وان كانت تاخذ وقتا طويلا وخاصة عندما يزداد عدد الدرجات . ولا يشترط ان يكون المتوسط دائما عددا صحيحا ، كما انه دائما محصور بين اقل القيم واعلاها ، ولكن هذا ليس معناه انه يقع فى الوسط تماما بين هذين الحدين فهذا يتوقف على القيم الأخرى .

(ب) المتوسط من تكرار الدرجات

راينا ان المتوسط يحسب ببساطة تامة ، بجمع كل الدرجات وقسمتها على عددها . وممكن ان نبسط هذه العملية عندما تتكرر بعض الدرجات عدة مرات .

مثال :ـ

هذه درجات ٢١ طالبا فى اختبار ما والمطلوب ايجاد المتوسط .

٢ ـ ٦ ـ ١٠ ـ ٣ ـ ٦ ـ ٣ ـ ٦ ـ ١١ ـ ٥ ـ ٨ ـ ١١ ـ ٥ ـ ٨ ـ ١١ ـ ٥ ـ ٩ ـ ١٥ ـ ٥ ـ ٩ ـ ١٨

الحل :

نصنف الدرجات كالآتى :

الدرجة (س)	التكرار (ك)	الدرجة × التكرار
٢	١	٢
٣	٢	٦
٥	٤	٢٠
٦	٣	١٨
٨	٢	١٦
٩	٢	١٨
١٠	٢	٢٠
١١	٣	٣٣
١٥	١	١٥
١٨	١	١٨

مجـ س × ك = ١٦٦

نرى من الجدول السابق ، ان العمود الأول يمثل الدرجة . ويمثل العمود الثانى عدد مرات تكرار كل درجة . وكما نعلم ماذ الضرب هو جمع مكرر وبالتالى فانه يمكن الحصول على مجموع كل الدرجات السابقة بضرب كل درجة (س) فى عــدد مــرات تكرارها (ك) ثم جمــع حواصــل الضرب مجـ (س × ك) . الخطوة الأخيرة هى الحصول على المتوسط م بقسمه مجـ (س × ك) على ن حيث ن هى عدد الأفراد .

$$\therefore م = \frac{مجـ (س \times ك)}{ن} = \frac{١٦٦}{٢١} = ٧٫٩$$

هذه الطريقة ايضا دقيقة وسريعة فى حسابها لكنها تستغرق وقتــا طويلا اذا كانت نَ كبيرة ، مثلا ٥٠ او ١٠٠ أو ازيد ، ايضا ، اذا زاد المدى (مثلا اعلى درجة ١٠٠ واقل درجة ٥) .

فى هذه الحالة يجب ان ترتب الدرجــات فى توزيع تكرارى مجمــع (وهــو يعتبر أسهل من ترتيب البيانات) ، والذى منه نستطيع حساب المتوسط . الوسيط ، ومقاييس احصــائية أخرى .

(جـ) المتوسط الحسابى للقيم المتجمعة
فى جــدول تكرارى

عندما تجمع القيم فى توزيع تكرارى ، يتحدد المتوسط بضرب منتصف كل فئة فى تكرار القيم والقسمة على عدد القيم .

ذلك لأن قيم الأفراد جميعها لا تكون معروفة ولنقص هذه المعلومة ، ولغرض البساطة ، نفترض ان الدرجات فى اى فئة تكون موزعة بالتســاوى على الفئة . هذا الافتراض يكون غير حقيقى ولهذا السبب فان القيمة التى سوف نحسبها تكون فقط تقريبا لمتوسط البيانات غير المجمعه . وبنــاء على الافتراض أن مجموع تكرار الدرجات (ك) فى اى فئة يساوى حاصل ضرب تكرار الفئة (ك) × منتصف الفئة (ص) .

اى ان هذه الطريقة لحساب المتوسط تعتمد على منتصف الفئة لانه يدل عليها ويلخصهـا •

والمجموع الكلى للدرجات فى المجموعة يساوى مجموع حاصـل ضرب التكرار فى منتصف الفئـات •

$$\therefore م = \frac{مجـ (ك \times ص)}{ن}$$

حيث ك تكرار الفئـة :

ص منتصف الفئة ، ن عـدد الأفراد •

مثـال :

أوجد المتوسط من الجدول التكرارى الآتى الذى يوضح توزيع درجـات ٥٠ طالبـا فى اختبـار ما •

ف	٥ —	٩ —	١٣ —	١٧ —	٢١ —	٢٥ —	٢٩ —	٣٣ —	٣٧ —	٤١ —	٤٥ —	٤٩ —
ك	٢	—	٤	٥	٦	١٢	٤	٥	٥	٢	٣	٢

الحـل :

ف	ك	منتصف الفئة (ص)	ك × ص
٥ —	٢	٧	١٤
٩ —	—	١١	—
١٣ —	٤	١٥	٦٠
١٧ —	٥	١٩	٩٥
٢١ —	٦	٢٣	١٣٨
٢٥ —	١٢	٢٧	٣٢٤
٢٩ —	٤	٣١	١٢٤
٣٣ —	٥	٣٥	١٧٥
٣٧ —	٥	٣٩	١٩٥
٤١ —	٢	٤٣	٨٦
٤٥ —	٣	٤٧	١٤١
٤٩ —	٢	٥١	١٠٢
	ن = ٥٠		١٤٥٤

$$\therefore م = \frac{١٤٥٤}{٥٠} = ٢٩٫٠٨ = ٢٩ \text{ تقريبا}$$

(د) المتوسط الحسابى بالطريقة المختصرة

تهدف هذه الطريقة الى اختصار وتبسيط العمليات الحسابية الطويلة التى ظهرت بوضوح فى الطريقة السابقة .

فاذا اردنا مثلا حساب المتوسط الحسابى لأطوال ١٠ أفراد فالطريقة الطبيعية هى قياس هذه الأطوال وجمعها ثم قسمة حاصل الجمع على ١٠ .

وممكن ان نختصر العمل قليلا باستخدام اصل تعسفى ثم حساب انحراف القيم عنه . فاذا كانت اطوال الـ ١٠ افراد محصورة بين ١٤٥ ، ١٨٥ سم مثلا ، فيمكننا أن نضع مستوى خاصا وليكن ١٦٥ سم نقيس بالنسبة له ونعطى لكل شخص قيمة سالبة او موجبة حسب نقص طوله او زيادته عن هذا المستوى الخاص .

وبذلك نستخدم فى حسابنا اعدادا صغيرة . وبحساب المجموع الجبرى لهذه الفروق وقسمتها بعد ذلك على ١٠ نحصل على فرق المتوسط الحسابى عن ارتفاع ١٦٥ سم .

مثال :

هذه اطوال ١٠ افراد . أوجد المتوسط الحسابى .

١٥٠ — ١٧٥ — ١٨٠ — ١٨٥ — ١٦٥ —

١٥٠ — ١٨٤ — ١٧٦ — ١٤٥ — ١٥٠

الحل :

المجموع = ١٦٦٥ سم

المتوسط = ١٦٦٫٥ سم

بالطريقة المختصرة فان :

المتوسط = ١٦٥ + $\frac{١٥}{١٠}$ = ١٦٥ + ٥ر١ = ٥ر١٦٦ سم

واذا اردنا تطبيق هذه الطريقة لحساب المتوسط الحسابى لقيم مصنفة فى جدول تكرارى ، كان علينا أن نختار قيمة نبدأ منها حساب القيم نعتبرها نقطة الصفر فى الجدول ، ثم نحسب انحراف مراكز الفئات المختلفة عن هذه القيمة الاعتبارية التى نختارها ، وبذلك نتخلص من الاعداد الكبيرة التى يشملها حساب المتوسط الحسابى • ونظرا لأن الفئات تتابع فى الجداول التكرارية بانتظام فيمكن اعطاء درجات منتظمة مثل ١ ، ٢ ، ٣ ، ••• ، — ١ ، — ٢ ، — ٣ ، ••• لتعبر عن مدى انحراف مركز الفئة عن الأساس الفرضى الذى سبق اختياره . ثم نبنى كل حسابنا للمتوسط على هذه الدرجات المنتظمة ثم نضرب المجموع الجبرى لهذه الانحرافات الفرضية فى مدى كل فئة لينتج الانحراف الحقيقى لمتوسط الحسابى عن القيمة الاعتبارية (التى يمكن أن نعبر عنها بمركز الفئة الصفرية) التى حسب الانحراف عنها •

ويحسب المتوسط بالمعادلة الآتية :

$$م = م_{صفر} + \frac{مج ك ح}{مج ك} \times ف$$

حيث م المتوسط

$م_{صفر}$ مركز الفئة الصفرية

ح الانحراف الفرضى لمركز الفئات عن مركز الفئة الصفرية •

ف مدى الفئة

ولسهولة العمل يحسن ان نختار الفئة الصفرية فى وسط الجدول وتكون كبيرة التكرار حتى نتفادى استعمال الأعداد الكبيرة بقدر الامكان • ويجب ان تؤدى هذه الطريقة الى نفس الجواب الذى تؤدى اليه الطريقة العادية ، كما يجب ان تؤدى الى نفس الجواب مهما تغير اختيار موضع الفئة الصفرية •

مثـــال (١) :

أوجد المتوسط الحسابى للمثال السابق بالطريقة المختصرة .

الحـــل :

ف	ك	حَ	ك حَ
٥ —	٢	— ٥	— ١٠
٩ —	—	— ٤	صفر
١٣ —	٤	— ٣	— ١٢
١٧ —	٥	— ٢	— ١٠
٢١ —	٦	— ١	— ٦
٢٥ —	١٢	صفر	صفر
٢٩ —	٤	١	٤
٣٣ —	٥	٢	١٠
٣٧ —	٥	٣	١٥
٤١ —	٢	٤	٨
٤٥ —	٣	٥	١٥
٤٩ —	٢	٦	١٢
	٥٠		

— ٣٨

+ ٦٤

٣٦

$$\therefore \text{م} = \text{م}_{\text{صفر}} + \frac{\text{مج ك حَ}}{\text{مج ك}} \times \text{ف}$$

$$\text{م}_{\text{صفر}} = \text{مركز الفئة الصفرية} = \frac{٢٥ + ٢٩}{٢} = \frac{٥٤}{٢} = ٢٧$$

$$\therefore \text{م} = ٢٧ + \frac{٣٦}{٥٠} \times ٤$$

$$= ٢٧ + ٢\text{ر}٠٨ = ٢٩\text{ر}٠٨$$

مثـــال (٢) :

أوجد المتوسط الحسابى من الجدول التكرارى الآتى بالطريقة المختصرة :

ف	٢١٠-	٢٢٠-	٢٣٠-	٢٤٠-	٢٥٠-	٢٦٠-	٢٧٠-	٢٨٠-	٢٩٠-	٣٠٠-	٣١٠-
ك	٣	صفر	٢	٨	١١	١٢	٦	١	٤	٢	١

الحـل :

ف	ك	حَ	ك حَ
٢١٠ —	٣	— ٥	— ١٥
٢٢٠ —	صفر	— ٤	صفر
٢٣٠ —	٢	— ٣	— ٦
٢٤٠ —	٨	— ٢	— ١٦
٢٥٠ —	١١	— ١	— ١١
٢٦٠ —	١٢	صفر	صفر
٢٧٠ —	٦	١	٦
٢٨٠ —	١	٢	٢
٢٩٠ —	٤	٣	١٢
٣٠٠ —	٢	٤	٨
٣١٠ —	١	٥	٥
	٥٠		٣٣
			— ٤٨
			— ١٥

$م_{صفر}$ = ٢٦٥

م = ٢٦٥ + ($\frac{—١٥}{٥٠}$ × ١٠)

= ٢٦٥ + (— ٣) = ٢٦٥ — ٣ = ٢٦٢

مثـــال (٣) :

الجدول التكرارى الآتى يوضح توزيع درجات ٥٠ طالبا فى اختبار ما ٠
أوجد المتوسط الحسابى :

(أ) باستخدام مراكز الفئات ٠

(ب) بالطريقة المختصرة ٠

ف	١٠-	١٤-	١٨-	٢٢-	٢٦-	٣٠-	٣٤-	٣٨-	٤٢-	٤٦-	٥٠-	٥٤-	٥٨-
ك	١	١	٤	٢	٤	٨	٨	١٠	٦	٢	٢	—	١

الحــل :

ف	ك	ح	كح	منتصف الفئة (ص)	ك×ص
١٠ —	١	— ٧	— ٧	١٢	١٢
١٤ —	١	— ٦	— ٦	١٦	١٦
١٨ —	٤	— ٥	— ٢٠	٢٠	٨٠
٢٢ —	٢	— ٤	— ٨	٢٤	٤٨
٢٦ —	٤	— ٣	— ١٢	٢٨	١١٢
٣٠ —	٨	— ٢	— ١٦	٣٢	٢٥٦
٣٤ —	٨	— ١	— ٨	٣٦	٢٨٨
٣٨ —	١٠	—	—	٤٠	٤٠٠
٤٢ —	٦	١	٦	٤٤	٢٦٤
٤٦ —	٢	٢	٤	٤٨	٩٦
٥٠ —	٣	٣	٩	٥٢	١٥٦
٥٤ —	—	٤	—	٥٦	—
٥٨	١	٥	٥	٥٦	٦٠
	٥٠		— ٧٧ + ٢٤ — ٥٣		١٧٨٨

$$\text{المتوسط} = \frac{\text{مجـ ك × ص}}{\text{مجـ ك}} = \frac{١٧٨٨}{٥٠} = ٣٥ر٧٤$$

بالطريقة المختصرة :

$$\text{م} = ٤٠ + \left(\frac{-٥٣}{٥٠} \times ٤ \right)$$

$$= ٤٠ + (-٤ر٢٤) = ٤٠ - ٤ر٢٤ = ٣٥ر٧٦$$

الخواص الاحصائية للمتوسط

١ — مجموع الانحرافات عن المتوسط = صفرا ٠

المتوسط هو نقطة توازن التوزيع وتعنى هذه العبارة ان مجموع الفروق بين المتوسط وكل نقطة أعلى منه تساوى مجموع الفروق بين المتوسط وكل نقطة اسفل منه ٠

فمثلا : الدرجات ٦ ، ٣ ، ٢ ، ٥ متوسطها = ٤

فالدرجة ٦ تكون أزيد من المتوسط بدرجتين والدرجة ٥ تكون أزيد بدرجة واحدة عن المتوسط ٠ اى أن مجموع الفروق بين المتوسط والدرجات التى اعلى منه = ٣

والدرجة ٢ اقل من المتوسط بدرجتين والدرجة ٣ تكون اقل من المتوسط بدرجة واحدة ٠ اى أن مجموع الفروق بين المتوسط والدرجات التى اقل منه=٣

أما اذا كانت الدرجات هى ٢ ، ٣ ، ٥ ، ١٠

فان المتوسط = ٥

فان نقطة الاتزان ستنحرف لكن مجموع الفروق بين كل درجة اعلى المتوسط والمتوسط ومجموع الفروق بين كل درجة اسفل المتوسط والمتوسط سوف تظل ثابتة ٠

ومن هنا نجد أن مجموع الانحرافات عن المتوسط = صفرا ٠

ولهذه الخاصية اهمية كبرى فى حساب المتوسط بالطريقة المختصرة ٠

٢ ـ عـدد الدرجـات :

يتاثر المتوسط بعدد الدرجات ، ويميل الى الاستقرار كلما كان هـذا العدد كبيرا ٠ فعندما يكون العدد ١٠٠ مثلا ، فان تاثر المتوسط باية درجـة يحسب على انه اجزاء من مائة ٠

٣ ـ جمـع المتوسطات :

تجمع المتوسطات عندما يتساوى عدد درجات المجموعات اى عدد افراد كل جمـاعة ٠

لاثبات ذلك ، نفرض أن لدينا درجات المجموعتين ا ، ب كالآتى :

المجموعة ا	المجموعة ب	مجموع درجات ا+ب
صفر	٢	٢
١	٣	٤
١	٥	٦
٣	١٠	١٣
٥	٥	١٠
مدس$_1$ = ١٠	مدس$_2$ = ٢٥	مدس$_3$ = ٣٥
م$_1$ = ٢	م$_2$ = ٥	م$_3$ = ٧

نرى من العمود الثالث أن متوسط درجات المجموعتين ا + ب = (م$_3$)

اى أنه = متوسط المجموعة (ا) (م$_1$) + متوسط المجموعة ب (م$_2$)

٤ ـ طرح المتوسطات :

تطرح المتوسطات عندما يتساوى عدد درجات المجموعات ٠ ففى المثـال السابق اذا طرحنا درجات المجموعتين نحصل على الآتى

المجموعة (أ)	المجموعة (ب)	أ — ب
صفر	٢	٢
١	٣	٢
١	٥	٤
٣	١٠	٧
٥	٥	صفر
مجـ $س_1$ = ١٠	مجـ $س_2$ = ٢٥	مجـ $س_3$ = ١٥
$م_1$ = ٢	$م_2$ = ٥	$م_3$ = ٣

نرى من العمود الثالث أن متوسط فرق درجات المجموعتين = ٣ وهذا يساوى حاصل طرح المتوسط $م_2$ — $م_1$.

٥ — **الدرجات المتطرفة :**

يتأثر المتوسط بالدرجات القريبة منه تأثيرا قليلا ، ويتأثر بالدرجات البعيدة عنه تأثيرا كبيرا .

وهـذه الخاصية توضح أهم عيوب المتوسط الحسابى ، أى أن القيم المتطرفة فى التوزيع تؤثر تأثيرا قويا على المتوسط ، وقد تجعله أحيانا غير صالح كمقياس من مقاييس النزعة المركزية لأنه فى تلك الحالة يعطينا صورة خاطئة عن حقيقة تجمع البيانات العددية .

مثلا : الدرجات ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦ المجموع = ١٦ المتوسط = ٤

الدرجات ٩ ، صفر ، ٥ ، ٦ المجموع = ١٦ المتوسط = ٤

٦ — اذا أضيف عدد ثابت لكل درجة فى مجموعة متوسطها م ، فان الدرجات التى نحصل عليها سيكون لها متوسط م + العدد الثابت لاثبات ذلك ، نفرض أن لدينا الدرجات التالية :

صفر ، ١ ، ١ ، ٣ ، ٥

∴ م = ٢

فاذا اضفنا العدد ٣ الى كل درجة فى المجموعة نحصــل على الدرجات التاليـــة :

٣ ، ٤ ، ٤ ، ٦ ، ٨

$$\therefore \text{المتوسط} = \frac{٢٥}{٥} = ٥$$

وهذا المتوسط = المتوسط فى الحالة الأولى (٢) + العدد الثابت (٣) ٠

= م + العــدد الثابت ٠

٧ ــ اذا ضربت كل درجة فى مجموعة متوسطها م بعــدد ثابت فان متوسط الدرجات الناتجة يكون حاصل ضرب م × العدد الثابت لاثبـــات ذلك :

اذا ضربنا درجات المجموعة السابقة فى العدد ٣ نحصل على ٠

صــفر ، ٣ ، ٣ ، ٩ ، ١٥

$$\therefore \text{المتوسط} = \frac{٣٠}{٥} = ٦$$

وهذا المتوسط = متوسط درجات المجموعة × العدد الثابت

المتوسط = ٢ × ٣ = ٦

٨ ــ مجموع مربع انحراف الدرجات عن المتوسط الحسابى يكون اقل من مجموع مربع الانحرافات عن اى درجة اخرى خلاف المتوسط ٠ من المثال السابق نجد أن : ــ

مجموع مربع انحراف الدرجات عن المتوسط (٢) =

(صفر ــ ٢)^{٢} + (١ ــ ٢)^{٢} + (١ ــ ٢)^{٢} + (٣ ــ ٢)^{٢} + (٥ ــ ٢)^{٢} = ١٦

مجموع مربع انحراف الدرجات عن الدرجة ٣ =

(صفر ــ ٣)^{٢} + (١ ــ ٣)^{٢} + (١ ــ ٣)^{٢} + (٣ ــ ٣)^{٢} + (٥ ــ ٣)^{٢} =

(ــ ٣)^{٢} + (ــ ٢)^{٢} + (ــ ٢)^{٢} + صفر + (٢)^{٢} =

٩ + ٤ + ٤ + ٤ = ٢١ وهذا ازيد من ١٦ ٠

فوائد المتوسط

اهمهـا :

١ ـ المعـايير :

تعتمد المعايير الحيوية المختلفة على المتوسط • ولذا يقاس ذكاء الفرد بالنسبة لمتوسط ذكاء جيله • كذلك يقاس اداء الفرد فى امتحان ما بمتوسط اداء المجموعة (المعيـار النسبى) •

٢ ـ المقـارنة :

تستخدم المتوسطات احيانا لمقارنة مجموعة من الأفراد بمجموعة اخرى مثل مقارنة درجات فصل ما فى امتحان الحساب بمتوسط درجات فصـل آخر بالنسبة لنفس الامتحان • ولا تصح هـذه المقارنة الا اذا كانت المجموعات متجانسة وتقبل خواصها مثل تلك المقارنات • فمن الخطأ مثلا ، مقارنة متوسط امعار الناس فى بيئة صناعية اغلبها من الشبان بمتوسط أعمار الناس فى بيئة زراعية قد يكون اغلبها من الأطفال والشـيوخ •

المتوسط الوزنى

عندما نحسب المتوسط الحسابى البسيط لمجموعة من البيانات ، فاننـا نفترض ان كل القيم الملاحظة لها أهمية متساوية ونعطيهم وزنا متساويا فى حساباتنا • أحيانا تكون الأعداد غير متساوية الأهمية ، عندئذ فاننا نحـدد لكل منها وزنا يكون متناسبا مع أهميته النسبية • ويسمى هذا التقـدير بالمتوسط الوزنى • اذا كان لدينا مثلا مجموعة من قيم عددها ن ولتكن $س_١$ ، $س_٢$ ، ••• $س_ن$ وان $ص_١$ ، $ص_٢$ ، •• $ص_ن$ هى الأوزان المعطاه لهم ، فانه يحصل على المتوسط الوزنى بقسمة حاصل ضرب القيم فى اوزانهم على مجمـوع الأوزان •

اى ان المتوسط الوزنى $= \frac{س_1 ص_1 + س_2 ص_2 + \cdots س_ن ص_ن}{ص_1 + ص_2 + \cdots ص_ن}$

لنفرض مثلا : ان لدينا درجات ثلاثة تلاميذ فى مادة معينة واجرى عليهم امتحان على ثلاث فترات (بعد ٤ اسابيع ، ٨ اسابيع ، ١٢ اسبوعا من بدء الدراسة) ٠

والجدول التالى يوضح درجاتهم على الاختبارات الثلاثة :

الأفراد	الاختبار الأول	الاختبار الثانى	الاختبار الثالث	المجموع
١	٣٠	٦٠	٩٠	١٨٠
٢	٦٠	٦٠	٦٠	١٨٠
٣	٩٠	٦٠	٣٠	١٨٠

فاذا أعطى لكل اختبار وزن متساو ، فان كل التلاميذ الثلاثة سيكون لهم نفس المتوسط للاختبارات الثلاثة والذى هو : ـ

$$م = \frac{١٨٠}{٣} = ٦٠$$

أما اذا رغب المدرس فى اعطاء وزن لمقدار التحسن ، فمثلا يعطى وزنا من ١ الى الاختبار الأول ، وزنا من ٢ الى الاختبار الثانى ، ووزنا من ٣ الى الاختبار الثالث ، فانه بذلك يعطى وزنا لتقدم التلميذ فى المنهج ٠ ويحصل على هذا بضرب ١ × درجة كل طالب على الاختبار الأول ، وبضرب ٢ × درجة كل طالب على الاختبار الثانى ، ٣ × درجة كل طالب على الاختبار الثالث ٠

ثم بجمع درجات الاختبار الموزونة لكل طالب وقسمتها على مجموع الأوزان نحصل على المتوسط الوزنى لكل طالب ٠

المتوسط الوزنى للطالب الأول $= \frac{٣٠ (١) + ٦٠ (٢) + ٩٠ (٣)}{٦}$

المتوسط الوزنى للطالب الأول $= \frac{٤٢٠}{٦} = ٧٠$

المتوسط الوزنى للطالب الثانى = $\frac{٦٠ (١) + ٦٠ (٢) + ٦٠ (٣)}{٦}$

$= \frac{٣٦٠}{٦} = ٦٠$

المتوسط الوزنى للطالب الثالث = $\frac{٩٠ (١) + ٦٠ (٢) + ٣٠ (٣)}{٦}$

$= \frac{٣٠٠}{٦} = ٥٠$

باستخدام المتوسط الوزنى للدلالة على التقدم ، فان الطالب الأول الذى درجته ٧٠ اداؤه افضل نسبيا فى هذا المنهج عن اداء الطالبين الثانى والثالث الذى متوسطهم الوزنى ٦٠ ، ٥٠ .

المتوسط الوزنى لاكثر من مجموعة :

(ا) فى حالة تساوى عدد افراد المجموعتين : —

اذا كانت درجات المجموعة الأولى هى : ٣ ، ٤ ، ٥

اذا كانت درجات المجموعة الثانية هى : ٥ ، ٦ ، ٧

متوسط المجموعة الأولى = $\frac{١٢}{٣} = ٤$

متوسط المجموعة الثانية = $\frac{١٨}{٣} = ٦$

∴ المتوسط العام للمجموعتين أو متوسط المتوسطين = $\frac{\text{مجموع الدرجات كلها}}{\text{مجـ ن}}$

(ب) اذا كان عدد درجات المجموعة الأولى لاتساوى عدد درجات المجموعة الثانية :

اذا كانت درجات المجموعة الأولى هى ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦

اذا كانت درجات المجموعة الثانية هى ٥ ، ٦ ، ٧

المتوسط = (درجات المجموعة أ + مجموع درجات المجموعة ب) / (عدد درجات المجموعة أ + عدد درجات المجموعة ب)

∵ المتوسط = مجموع الدرجات / عدد الدرجات

∴ مجموع الدرجات = المتوسط × عدد الدرجات

∴ متوسط المتوسطات =

(متوسط المجموعة أ × عدد درجاتها + متوسط المجموعة ب × عدد درجاتها) / ($ن_1 + ن_2$)

∴ متوسط المتوسطات = $\frac{م_1 \times ن_1 + م_2 \times ن_2}{ن_1 + ن_2}$

ويسمى أحيانا المتوسط الوزنى وذلك ، لأننا نضرب المتوسط الأول × عدد درجاته ، أى أننا نزيد وزنه وكذلك نضرب المتوسط الثانى × عدد درجاته .

٢ — الوسيط

THE MEDIAN

تعريفه :

هو المئينى الخمسين فى مجموعة من الدرجات ، اى هو الدرجة التى تقسم الدرجات المرتبة الى قسمين ، بحيث يسبقها نصف عدد الدرجات ويتلوها النصف الآخر .

طرق حساب الوسيط :

الوسيط مثل المتوسط يمكن تحديده من بيانات غير مجمعة أو من بيانات مرتبة ، لكنه عادة يحدد من التوزيع التكرارى . ولمعرفة القيمة الوسيطية لبيانات غير مجمعة يتعين علينا (كما رأينا من التعريف) أن نرتب القيم ترتيبا تصاعديا او تنازليا فتكون القيمة التى تقع فى المنتصف تماما هى قيمة الوسيط .

مثـــال : ١٨ ، ١٣ ، ١١ ، ١٩ ، ٢٠ ٠

فرتب القيم كالآتى : ١١ ، ١٣ ، ١٨ ، ١٩ ، ٢٠ ٠

القيمة الوسيطية هى الثالثة فى الترتيب قبلها قيمتان وبعدها قيمتان ومن هذا يتضح انه من الواجب تحديد ترتيب القيمة الوسيطية أولا : وهنا نجدأمامنا حالتين مختلفتين :

(أ) اذا كان عدد القيم فرديـــا ٠

(ب) اذا كان عدد القيم زوجيا ٠

(أ) اذا كان عدد الدرجات فرديـــا :

اذا كان عدد أفراد المجموعة ن فردية فان الدرجة $\frac{ن + ١}{٢}$ فى الترتيب تكون هى الدرجة المتوسطة وبالتالى تكون هى الوسيط ٠

ففى المثـــال الســـابق نرى أن :

$$ترتيب\ الوسيط = \frac{ن + ١}{٢} = \frac{٥ + ١}{٢} = ٣$$

∴ قيمة الوسيط = ١٨

(ب) اذا كان عدد الدرجات زوجيـــا :

اذا كانت ن زوجية العدد فلا تكون هناك درجة متوسطة ويجب أن نعدل تحديدنا للوســـيط ٠

مثـــال : اذا كان لدينا الدرجات ٤ ، ٩ ، ١٣ ، ١٤

فان الوســـيط هو النقطة التى تنصف المسافة بين القيمتين المركزيتين عندما ترتب الدرجـــات ٠

$$∴ الوسيط = \frac{٩ + ١٣}{٢} = ١١$$

أى ان قيمة الوسيط هنا هى متوسط القيمتين المتجاورتين المركزيتين ٠

مثـــال : اذا كان لدينـــا الدرجات التالية :

٢ ، ٥ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢١ ، ٢٢ ، ٢٣ ، ٢٣ ، ٢٥

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{ن + ١}{٢} = \frac{١٢ + ١}{٢} = ٦٫٥$$

ولذلك فان أى قيمة بين الدرجة السادسة والسابعة فى الترتيب ممكن أن تسمى الوسيط • وســوف ناخذ للوسيط القيمة التى تقع فى المنتصف بين الدرجات السادسة والسابعة ، وهما القيمة التى فى الوسط بين ١٠ ، ١٥ ، ولذلك فان الوسيط لهذه المجموعة من الدرجات $= \frac{١٠ + ١٥}{٢} = \frac{٢٥}{٢}$

$= ١٢٫٥$

مثال : الوسيط للدرجات (١ ، ٢ ، ٥٠ ، ٥٣ ، ٧٠ ، ٩٢) هو

$$\left(\frac{٥٠ + ٥٣}{٢} \right) = ٥١٫٥$$

ملحـــوظة :

اذا كانت هناك أرقام مكررة فى منطقة المنتصف لمجموعة الدرجات المرتبة مثلا (١ ، ٢ ، ٥ ، ٥ ، ٦ ، ٦ ، ٦ ، ٧) فان هذه الطريقة تعطينـــا قيمة تقريبية للوسيط وليست القيمة المضبوطة) •

حساب الوسيط من درجات زوجية :

١٢٠
١١٨
١١٥ الوسيط = ١١٤٫٥
١١٤
١١٤
١١٢

٦٩٣

$\bar{س} = ١١٥٫٥٠$

حساب الوسيط من درجات زوجية وملتوية :

١٢٠
١١٨
١١٥ الوسيط = ٥ر١١٤
١١٤
١١٤
٦

٥٨٧
س = ٨٣ر٩٧

هذا كمثال لكي يوضح أن الوسيط لا يتأثر بالدرجات المتطرفة ، على عكس المتوسط .

حساب الوسيط من تكرار الدرجات :

كما رأينا ، فان الوسيط يحدد بالنقطة التي يقع أسفلها ٥٠٪ من الدرجات ويعلوها ٥٠٪ فاذا كان لدينا مثلا توزيع درجات ٤٠ طالبا كما هو موضح في الجدول التالي ، فان الوسيط في هذه الحالة هي النقطة التي يقع تحتها ٢٠ درجة .

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{ن}{٢} = \frac{٤٠}{٢} = ٢٠$$

الدرجــة	ك	ك متجمع تصاعدى
٣٥	١	١
٣٦	٣	٤
٣٧	٢	٦
٣٨	٢	٨
٣٩	٧	١٥
٤٠	٤	١٩
٤١	٥	٢٤
٤٢	٣	٢٧
٤٣	٢	٢٩
٤٤	٢	٣١
٤٥	٣	٣٤
٤٦	١	٣٥
٤٧	٣	٣٨
٤٨	٢	٤٠

مجـ ك = ٤٠

الدرجة ٤٠ تكرارها المتجمع = ١٩

الوسيط يقع فى الدرجة التى تليها (وهى ٤١) ولا يقع فى اطارها ٠

ترتيب الوسيط = ٢٠ وهذا يزيد عن ١٩ بمقدار واحد صحيح ٠

امتداد الوسيط فى الدرجة التالية (٤١) = $\frac{1}{5}$ من نطاقها لأن تكرار الدرجة ٤١ = ٥ كما هو واضح من الجدول ٠ الحدود الحقيقية للدرجة ٤١ هى : ٥ر٤٠ — ٥ر٤١

∴ الوسيط = ٥ر٤٠ + $\frac{1}{5}$ = ٧ر٤٠

مثــال : اذا كان لدينا درجات ٣٦ طالبا مرتبة فى توزيع تكرارى غير مجمع من الدرجة ٧ الى ٥ر١٠ ، يحسب الوسيط كالآتى ٠

الحــل :

الدرجــة	التكرار (ك)	التكرار المتجمع التصاعدى
٧	١	١
٧٫٥	٤	٥
٨	٨	١٣
٨٫٥	١٠	٢٣
٩	٦	٢٩
٩٫٥	٢	٣١
١٠	٣	٣٤
١٠٫٥	٢	٣٦

مجـ ك = ٣٦

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{٣٦}{٢} = ١٨$$

نرى أن الدرجة ١٨ تقع فى المسافة من ٨٫٢٥ — ٨٫٧٥ .

حيث أن التكرار المتجمع (١٣) أقل من الحد الأدنى لهذه المسافة ، فاننا نرغب فى التحرك خلال المسافة (١٨ — ١٣) بمقدار ٥ تكرارات .

وحيث أن تكرار (ك) هذه المسافة = ١٠ تكرارات ، فان الوسيط يؤخذ على أنه نقطة منتصف هذه المسافة ($\frac{٥}{١٠}$ = ٠٫٥) .

وحيث أن الحدود الحقيقية لهذه المسافة تمتد من ٨٫٢٥ — ٨٫٧٥ = $\frac{١}{٢}$ وحــدة .

∴ نصف هذه المسافة = $\frac{١}{٤}$ وحــدة .

وبالتالى ، فان الوسيط هو القيمة ٨٫٢٥ + ٠٫٢٥ = ٨٫٥٠

حساب الوسيط من فئات الدرجات :

نرى أن الطريقة السابقة هى حالة خاصة من طريقة تحديد المئينيات فى

توزيع تكرارى مجمع • فاذا اطلقنا على فئة الدرجة التى تحتوى على الـ $\frac{ن}{٢}$ « فئة الوسيط » فاننا نحصل على المعادلة التالية لحساب الوسيط •

الوسيط = الحد الحقيقى الأدنى لفئة الوسيط +

$$\left(\frac{\frac{ن}{٢} - \text{ك متجمع تصاعدى للفئة السابقة لفئة الوسيط}}{\text{تكرار فئة الوسيط}} \right)$$

× مدى الفئة

مثـــال :

احسب الوسيط من الجدول التكرارى التالى الذى يوضح توزيع درجات ٣٧ طالبــا :

ف	١٧ —	١٩ —	٢١ —	٢٣ —	٢٥ —	٢٧ —	٢٩ —	٣١ —	٣٣ —	٣٥ —	٣٧ —
ك	١	٥	٨	٨	٥	٦	صفر	١	صفر	٢	١

الحــل :

ف	ك	ك متجمع تصاعدى
١٧ —	١	١
١٩ —	٥	٦
٢١ —	٨	١٤
٢٣ —	٨	٢٢
٢٥ —	٥	٢٧
٢٧ —	٦	٣٣
٢٩ —	صفر	٣٣
٣١ —	١	٣٤
٣٣ —	صفر	٣٤
٣٥ —	٢	٣٦
٣٧ —	١	٣٧

مجـ ك = ٣٧

ترتيب الوسيط = $\frac{ن}{٢}$ = $\frac{٣٧}{٢}$ = ٥ر١٨

بالنسبة للتكرار المتجمع التصاعدى ، يقع الوسيط فى الفئة التى تمتـد أطرافها من ٢٣ ــ ٢٥ لأن ك تصاعدى للفئة التى قبلها = ١٤ ، ويمتد الوسيط بمقدار فرق ترتيب الوسيط عن ك تصاعدى للفئة التى يسبقها .

أى أن فرق ترتيب الوسيط عن الفئة = ٥ر١٨ ــ ١٤ = ٥ر٤

∵ تكرار الفئة التى يقع فيها الوسيط = ٨

∴ نسبة امتداد الوسيط لهذا التكرار = $\frac{٥ر٤}{٨}$ = ٥٦ و

لكن مدى هذه الفئة = ٢

∴ مقدار هذا الامتداد = ٥٦و × ٢ = ١٢ر١

∵ الحد الحقيقى الأدنى لفئة الوسيط = ٥ر٢٢

∴ الوسيط = ٥ر٢٢ + ١٢ر١ = ٦ر٢٣ تقريبا .

مثال : احسب الوسيط من الجدول التكرارى التالى الذى يوضح توزيع درجات ٥٠ طالبا فى اختبار ما ..

ف	٢١٠-	٢٢٠-	٢٣٠-	٢٤٠-	٢٥٠-	٢٦٠-	٢٧٠-	٢٨٠-	٢٩٠-	٣٠٠-	٣١٠-
ك	٣	—	٢	٨	١١	١٢	٦	١	٤	٢	١

الحــل :

فَ	ك	ك متجمع تصاعدى
٢١٠ —	٣	٣
٢٢٠ —	صفر	٣
٢٣٠ —	٢	٥
٢٤٠ —	٨	١٣
٢٥٠ —	١١	٢٤
٢٦٠ —	١٢	٣٦
٢٧٠ —	٦	٤٢
٢٨٠ —	١	٤٣
٢٩٠ —	٤	٤٧
٣٠٠ —	٢	٤٩
٣١٠ —	١	٥٠
	٥٠	

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{٥٠}{٢} = ٢٥$$

$$\therefore \text{الوسيط} = ٢٥٩٫٥ + \frac{٢٥ - ٢٤}{١٢} \times ١٠$$

$$= ٢٥٩٫٥ + \frac{١٠}{١٢} = ٢٦٠٫٣٣$$

الخواص الاحصائية للوسيط

١ — مجمـوع الانحرافـات المطلقة عن الوسيط اقل من < مجمـوع الانحرافات المطلقة عن المتوسط •

الدرجـة	الانحرافات المطلقـة	
	عن المتوسط	عن الوسيط
٤	٨	٩
٨	٤	٥
١٣	١	صفر
١٥	٣	٢
٢٠	٨	٧
مج س = ٦٠ (م)المتوسط = ١٢ الوسـيط = ١٣	مجموع الانحرافات = ٢٤	

ومعنى هذا أن الوسيط يتوسط توزيع الدرجات اكثر مما يتوسطها المتوسط ولذا كان الوسيط فى اى توزيع تكرارى عادى يقع بين المتوسط والمنوال •

٢ — يتاثر الوسيط بالدرجـات الوسطى :

يتأثر الوسيط بالدرجات الوسطى اكثر من تاثره بالدرجات المتطرفة أى أنه عكس المتوسط فى هذه الصفة ولذا فهو يصلح أكثر كمقيـاس للنزعـة المركزية عندما تكون أطراف التوزيع متراكمة متجمعة غير مستوية (اى ملتوى موجب او سالب) •

فوائد الوسيط

١ — يصلح لنفس الميادين التى صلح لها المتوسط وخاصة عندما يكون التوزيع ملتويا (سواء موجب او سالب) •

٢ — يصلح فى الحالات التى تهدف الى قسمة التوزيع التكرارى الى قسمين متساويين من وسطه فيصبح التوزيع ثنائيا اى أعلى من الوسيط وأقل من الوســـيط •

المنوال أو الشائع

THE MODE

المنوال هو اسهل مقياس من مقاييس النزعة المركزية يمكن الحصول عليه •

والمنوال هو الدرجة الأكثر تكرارا فى مجموعة من الدرجات •

المنوال فى مجموعة الدرجات (٢ ، ٦ ، ٦ ، ٨ ، ٩ ، ٩ ، ٩ ، ١٠) هو الدرجة ٩ لأنها اكثر تكرارا عن اى درجة اخـــرى •

ونلاحظ ان المنوال هو الدرجة الأكثر تكرارا (الدرجة ٩ فى هذا المثال) وليس تكرار هذه الدرجة (وهو ٣ فى هذا المثال) •

اما فى حالة البيانات المجمعة فان المنوال هو منتصف الفئة التى لها اكبر تكرار •

وبالنسبة للمنحنى التكرارى المهذب (المسوى) ، فان المنوال هو القيمة التى يصل عندها المنحنى لأقصى ارتفاعه •

وعلى ذلك نستخلص التعريف التالى للمنوال : —

المنـــوال :

« هو اكثر الدرجات شيوعا ، او بمعنى ادق هو النقطة التى تدل على اكثر درجات التوزيع تكرارا » •

وعلى الرغم من أن المنوال هو احد مقاييس النزعة المركزية ، الا أن هناك بعض القيود بالنسبة له • مثلا ، اذا اختلف طول الفئة ، فان المنوال يختلف حتما • بالاضافة الى ذلك ، غالبا ما نجد فئتين غير متجاورتين يكون لهمـــا نفس التكرار الكبير ، وبالتالى يكون هناك قيمتان للمنوال • ويطلق على

مثـــل هذا التوزيع بأنه توزيع ثنـــائى bimodal ويجب ان ننبه بان الثنـــائية bimodality هنا ، ربما تكون غير حقيقية لكنها عرضية فقط ، وترجع الى اختيار طول الفئة ٠

أما اذا كنا نتعامل مع سلسلة منفصلة (او متقطعة) ، مثل حجم الأسرة مثلا ٠ فان القيمة المنوالية فى هذه الحالة تكون اكثر مقاييس النزعة المركزية دقة ولذلك يجب استخدامه ، على الرغم من أنه يعتبر مقياسا اكثر تذبذبا عن الوسيط أو المتوسط ٠ (٦ : ١٤) ٠

الاستخدام الاصطلاحى للمنـــوال :

١ ــ عندما تكون كل الدرجات فى المجموعة لها نفس التكرار ، فاننا نذكر أن مجموعة الدرجات ليس لها منوال كما هو الحال فى المجموعة التالية ١ ، ١ ، ٢ ، ٢ ، ٣ ، ٣ ، ٤ ، ٤ ، ٥ ، ٥ ، ٦ ، ٦ ٠

٢ ــ عندما تكون درجتان متجاورتان لهما نفس التكرار وهذا التكرار الشائع اكبر من تكرار أى درجة أخرى ، فان المنوال هو متـــوسط الدرجتين المتجاورتين ٠ وهكذا ، فان المنوال لمجموعة الدرجـــات (٠ ، ١ ، ١ ، ٢ ، ٢ ، ٢ ، ٣ ، ٣ ، ٣ ، ٤) هو ٢٫٥

٣ ــ اذا وجد فى مجموعة من الدرجات درجتان غير متجاورتين لهما نفس التكرار ، وأن هذا التكرار الشـــائع اكبر من تكرار اى درجـــة أخرى ، فانه يوجد منوالان ٠ ففى مجموعة الدرجات :

(١٠ ، ١١ ، ١١ ، ١١ ، ١٢ ، ١٣ ، ١٤ ، ١٤ ، ١٤ ، ١٤ ، ١٤ ، ١٧) فان الدرجة ١١ ، ١٤ تكون كلا منهما منوالا ، ويقال عن مجموعة الدرجات أنها متعددة المنـــوال ٠

مثـــال :

اذا كان لدينـــا الدرجات التالية :

٢ ، ٢ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٥ ، ٥ ، ٦ ، ٦ ، ٨

فان الدرجة ٢ ، ٥ تكون كل منهما منـــوالا ٠

طرق حســاب المنــوال :

١ ـ حساب المنوال من تكرار الدرجــات :

اذا كان لدينا الدرجات التالية فى اختبار ما :

الدرجــة	١	٢	٣	٤	٥	٦
التكرار (ك)	١	٢	١	٣	٢	١

فاننا نرى أن الدرجة ٤ تكررت ثلاث مرات ، وتكررت الدرجات الأخرى مرة أو اثنين • لذلك ، فانّه بناء على التعريف السابق فان المنوال يســاوى الدرجة ٤ •

٢ ـ حســاب المنوال من فئات الدرجات :

عندما تجمع الدرجات فى فئات ، فاننا نجد فئة لها اكبر تكرار • وتسمى هذه الفئة بالفئة المنوالية ، ونذكر أن المنوال متضمن داخل هذه الفئة • ويكفى لأغراض عديدة أن نحدد فقط الفئة المنوالية بدون تحديد قيمة خاصــة •

أما اذا رغب فى تحديد درجة واحدة للمنوال فاننا نستخدم منتصف الفئة ركما نعلم ، فان الفئة تمتد لأكثر من درجة ، ولذلك فهى لا تدل على نقطــة المنوال دلالة دقيقة ولذلك نستعين بمنتصف الفئة للدلالة على منوال التوزيع •

فمثــلا :

اذا أردنا أن نحدد المنوال لتوزيع درجات اختبار الرياضة كما هو موضح فى الجدول التالى • فاننا نلاحظ أن الفئة الخامسة ، التى تمتد من ٧١ الى ماقبل ٨١ ، لها أكبر تكرار ، وهو ١٩ • ولذلك فهى الفئة المنوالية •

جـــدول يوضح التوزيع التكرارى لدرجات اختبار الرياضـــة

ف	ك
٣١ —	٥
٤١ —	٨
٥١ —	٩
٦١ —	١٤
٧١ —	١٩
٨١ —	١٥
٩١ —	١٠

∴ المنوال = منتصف الفئـــة = ٧٦

٣ — حســـاب المنوال من الوسيط والمتوسط :

تواجه الباحث أحيانا صعوبة فى حساب المنوال ، خاصة عندما يكثر عدد الفئات التى تحتوى على اكبر تكرار ٠

والطريقة الاحصائية لحساب المنوال فى هذه الحالة تعتمد على الوسيط والمتوسط فى العلاقة الآتيـــة :

المنوال = ٣ × الوسيط — ٢ × المتوسط (١)

وبحساب قيمة المتوسط عن طريق المعادلة م = $\frac{\text{مج}(\text{ك} \times \text{ص})}{\text{ن}}$

وحساب الوسيط بالمعادلة الخاصة به ثم التعويض فى المعادلة السابقة (١) نحصل على قيمة المنوال ٠

الخواص الاحصائية للمنوال

١ — لا يتأثر بالدرجات المتطرفة ولا بالدرجات الوســـطى وانما يتأثر بالتـــكرار نفســـه ٠

٢ — عـــدد الفئات ومداهـــا :

يتأثر المنوال بعدد الفئات وبمدى الفئة ٠

اى : كلما قل عدد الفئات زاد مدى الفئة وارتفع تكرارهـــا ٠

وكلما كثر عدد الفئات قل مدى الفئة وانخفض تكرارهـــا ٠

اى ان المنوال يخضـــع فى جوهرة لاختيار عدد الفئات أو مداها ٠

٣ ـــ تعـــدد القمم :

عندما تتعدد قمم التوزيع التكرارى تتعدد ايضا قمم المنوال ٠

فـــوائد المنـــوال :

* يصلح ايضا مثل المتوسط والوسيط فى المعايير والمقارنة ٠

* يصلح فى النواحى التربوية ، مثل معرفة العمر المنوالى لمراحل التعليم المختلفـــة ٠

● ممكن تقدير النزعة المركزية تقديرا مبدئيا ـــ عن طريق تقدير قيمة المنوال بمجرد النظر لشكل التوزيع التكرارى ٠

● يصلح لمعالجة المشاكل التى تهدف الى معرفة درجة تركيز الظاهرة وموقعها ، وخاصةً فى النواحى الصناعية والتجارية ٠

فمثلا صناعة الأحـــذية او الملابس ٠٠٠ تعتمـــد على المقـــاييس الأكثر شـــيوعا ٠

انتقـــاء مقياس من مقاييس النزعة المركزية :

يحسب المتوسط ، الوسيط او المنـــوال ، بطريقة آليـــة بحته ، ممكن للآلات الحاسبة أن تنجز حسابها بدقة ، لكن الاختيار بالنسبة لهذه المقاييس الثلاثة وتفســـيراتها ربما يتطلب فكرا مترويا ٠ فلكى نقرر اى مقيـــاس من مقاييس النزعة المركزية ، فاننا نحتاج الى معرفة المميزات والعيوب اللازمة فى حســـاب وتفسير كل منهـــا ٠

ويجب ان تؤخذ الاعتبارات التالية عندما نتواجه مع هـــذا الاختيار :

١ ـــ فى حالة المجموعات الصغيرة يكون المنوال غير ثابت تماما ٠ فالمنوال فى المجموعة (١ ، ١ ، ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٧ ، ٧ ، ٨) هو الدرجة ١ ٠

لكن اذا تغيرت درجة من الدرجات (١) الى صفر وتغيرت الأخرى الى ٢ ، فان المنوال يصبح ٧ ٠

٢ — لا يتاثر الوسيط بحجم الدرجات « الكبيرة » « والصغيرة » اعلى أو اقل منه ٠ فمثلا فى مجموعة من ٥٠ درجة فان الوسيط لا يتغير عندما تضاعف اكبر درجة مثلا ثلاث مرات ٠

٣ — يتاثر المتوسط بكل درجة فى المجموعة ٠

٤ — المتوسط اكثر ثباتا عن الوسيط ٠

بمعنى اذا أخذنا درجات عينة ن من الأفراد ثم أخذنا عينه اخرى ، فان متوسط العينتين يظهر (أو يبدى — يوضح) تقاربا أكثر مما يظهره الوسيط لكل من العينتين ٠

٥ — تنطبق جميع مقـاييس النزعة المركزية (المتوسط ، الوسـيط ، المنوال) وتتساوى جميعا فى التوزيع التكرارى الاعتدالى ٠

٦ — المتوسط اكثر حسـاسية للدرجات المتطرفة عن المنوال او الوسيط ويتضح هذا من توزيع الدرجات التالية ٠

١ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ٩ ، ١٣

المتوسط لهذة الدرجات = $\frac{٤٢}{٧}$ = ٦

الوسيط لهدة الدرجات = ٦

المنوال لهذه الدرجات = ٦

فاذا أضفنا الدرجة ٧٠ (كدرجة ثامنه فى هذه المجموعة) ، نجـد أن المتوسط = $\frac{١١٢}{٨}$ = ١٤

بانحراف ٨ وحدات عن المتوسط فى الحـالة الأولى ٠

بينما يظل المنوال والوسيط كما هما لا يتغير ٠ لهذا السبب فان الوسيط أو المنوال يكون اكثر تمييزا عندما تكون البيانات ملتوية ٠

٧ — اذا رغبنا فى ضـــم المقاييس لمجموعات عديدة من البيانات ، فان الخواص الجبرية للمتوسط لديه هذه الميزة • رأينا انه يمكننـــا ان نستخدم المتوسط الوزنى لهذا الغرض ، ولا يخضع الوسيط والمنوال لهذا النوع من المعالجة الجبرية •

ويمكن تلخيص الحالات التى يفضل فيها كل من هذه المتوسطات الثلاثة فيما يأتى :

يفضـــل المتوسط فى الحالات الآتيـــة :

١ — اذا اريد الحصول على مقياس له أكبر درجة من الثبات •

٢ — اذا أريد الحصول على معامل يمكن استخدامه فى معاملات أخرى كمقاييس التشتت او مقاييس الدلالة •

٣ — اذا كان توزيع المجموعة متماثلا او قريبا من الاعتدال •

يفضـــل الوسيط فى الحالات الآتيـــة :

١ — اذا أريد الحصول على معامل فى وقت قصير •

٢ — اذا كان التوزيع ملتويا التواء واضحا ، وخاصة اذا كان بالتوزيع قيم متطرفة جـــدا •

٣ — اذا كان البحث يهتم بمعرفة ما اذا كانت قيمة معينة تقع فى النصف العلوى أو السفلى من التوزيع •

يفضـــل المنوال فى الحالات الآتيـــة :

١ — إذا أريد الحصول على معامل مركزى فى اقصر وقت دون الاهتمام كثيرا بالدقـــة •

٢ — اذا كان هدف الباحث معرفة القيمة التى يتفق فيهـــا اغلب افراد المجمـــوعة •

تمـــارين :

١ — هذه درجات ٦٠ طالبا فى امتحان اللغـــة الانجليزية والمطـلوب تصنيفها فى ٧ فئات تبدأ من ١ ، ٥ ، ....

٨	٢٦	٤	٦	٢٥	١٢	١٨	٢٩	٩	٢١	٢٣	١٣
٢١	٣٥	١٧	١٧	٥	١٥	٣٣	٢٠	٣٢	٦	١٧	٢٨
٢١	٢٠	١٩	١٦	٢٢	١١	٢٧	٢٧	١٠	١١	٢٤	٢٤
١٧	١٠	١٢	١٩	٥٧	٤	١٣	٥	٣٠	٧	٢١	١٢
٢٥	٣	١	٢٨	٣٣	١٢	٢٢	٩	٣	١٦	٢٥	٢١

٢ — فيما يأتى درجات ٥٠ طالبا فى اختبار القدرة اللغوية ، والمطلوب تصنيف هذه الدرجات فى جدول تكرارى مدى كل فئة فيه ٣ درجات .

١٥	٣٧	٢٨	٢٥	١٨	١٤	٢٢	٢٤	٣٥	٣٥
٤٤	٣٨	٤٥	٤٢	٥٠	٢٦	١٥	٢٥	٢٧	٣٠
٣٤	٢٥	٤٦	٣٤	٢٢	٣٦	٢٨	٢٧	٢٣	٢٣
٢٨	٢٧	٢٥	٤٥	٢٧	٣٨	١٩	٤٩	١٧	٣٨
٥	٣٧	٨	١٩	٣٢	٢٩	٣٢	٢٢	٢٢	١٦

٣ — مثل الجدول التكرارى السابق بالرسم مستخدما فى ذلك : —

(أ) مضلعا تكراريا .

(ب) مدرجا تكراريا .

٤ — أعد تصنيف الدرجات السابقة فى جدول تكرارى مدى كل فئة فيه ٥ درجـــات .

٥ — فيما يأتى درجـــات ٣٨ طالبا فى اختبار ما — والمطلوب تصنيف الدرجات فى جدول تكرارى مدى الفئة فيه ٥ درجـــات .

٩٠	١٠٤	٧٨	٤٤	٨٩	٨١	٩٣
٦٦	٨٢	٧٠	٨٠	٥٨	٧١	٨٤
١٠٦	٩٧	٤٧	٧٥	٥٩	٦٨	
٨٤	٩٧	٩٥	٧٥	٧٢	١١٢	
١٠٠	٥٩	١٠٠	٥١	٧٤	٦٢	
٨٣	٩٥	٦٩	١٠٩	٧٥	٩١	

٦ ـــ الجدول التكرارى الآتى يوضح توزيع درجات ٥٠ تلميذ فى اختبار ما ـــ اوجد المتوسط الحسابى باستخدام مراكز الفئات ٠

ف	١٤-	١٩-	٢٤-	٢٩-	٣٤-	٣٩-	٤٤-	٤٩-	٥٤-	٥١-	٦٤-	٦٩-	٧٤-
ك	١	١	٤	٢	٤	٨	٨	١٠	٦	٢	٣	صفر	١

٧ ـــ اوجد المتوسط الحسابى من الجدول السابق بالطريقة المختصرة ٠

٨ ـــ احسب الوسيط من الجدول التكرارى الآتى : ـــ

ف	٥١ —	٥٦ —	٦١ —	٦٦ —	٧١ —	٧٦ —	٨١ —	٨٦ —	٩١ —	٩٦ —	مج
ك	٢	٦	١٠	١٢	١٨	٢٠	١٥	١١	٥	١	١٠٠

٩ـــ احسب المنوال من التوزيع التكرارى الآتى : ـــ

ف	صفر ـ	٥ —	١٠ —	١٥ —	٢٠ —
ك	٢	١٩	١٢	٧	٣

١٠ـــ الجدول التكرارى الآتى يوضح توزيع درجات ٦٠ طالبا فى اختبار ما ٠ اوجـــد : ـــ

(أ) المتوسط الحسابى بالطريقة الاختصرة ٠

ف	٥ —	١٠ —	١٥ —	٢٠ —	٢٥ —	٣٠ —	٣٥ —
ك	٧	٨	١٢	١٣	١٠	٩	١

١١ـــ الجدول التكرارى الآتى يوضح توزيع درجات ٥٠ طالبا فى اختبار ما ٠ اوجـــد :

(أ) المتوسط الحسابى بالطريقة المختصرة

ف	١٠ —	٢٠ —	٣٠ —	٤٠ —	٥٠ —	٦٠ —	٧٠ —
ك	٣	صفر	٤	١٥	١٢	١١	٥

١٢ــ احسب المتوسط والوسيط من الجدول التكرارى الآتى :

ف	٧٠–	٧٣–	٧٦–	٧٩–	٨٢–	٨٥–	٨٨–
ك	٤	٣	٢	٥	٣	٢	١

١٣ــ احسب الوسيط من الجدول التكرارى الآتى :

ف	٧٥–	٧٨–	٨١–	٨٤–	٨٧–	٩٠–	المجموع
ك	٣	٢	٤	٣	٥	٣	٢٠

١٤ــ احسب المتوسط من الجدول التكرارى الآتى :

ف	٤–	٨–	١٢–	١٦–	٢٠–	٢٤–	٢٨–	٣٢–	٣٦–	٤٠–	المجموع
ك	٤	٥	١٦	٢٣	٥٢	٤٩	٢٧	١٥	٧	٢	٢٠٠

الفصل الرابع

مقاييس التشتت

مقاييس التشتت أو التغير

MEASURES OF VARIATION

مقـــــدمة :

لا تكفى مقاييس النزعة المركزية وحدها لمعرفة الصفات الاحصائية اللازمة لوصف الظاهرة • فقد تكون الفروق بين الدرجات بسيطة او قد تكون واسعة كبيرة رغم تساوى قيم المتوسطات فى كلتا الحالتين •

فمثـــلا :

الدرجـــات ٦ ، ٩ ، ١٢ المتوسط = ٩

الدرجـــات ١ ، ٢ ، ٢٤ المتوسط = ٩

لهذا يعتمد الوصف الاحصـــائى لهذه البيانات العـــددية على قيـــاس تشتت الدرجات واختلافها وتباينها • وتساعدنا مقاييس التشتت فى تحـــديد مقدار التجانس أو التنافر فى توزيع محـــدد •

فوصف اى توزيع تكرارى يتطلب ، مقياسا ما لدرجة التشتت أو التباين فى تلك المجموعة • فمثلا فى حالة تساوى تلاميذ فصـــل ما فى نسبة ذكائهم يدرس لهم بطريقة مختلفة عنه اذا كانت نسب ذكائهم تتراوح من ٨٠ — ١٤٠ •

كذلك يحاول الباحث عادة تقليل درجة التباين فى العينات المختلفة ، فى المتغيرات الهامة بالنسبة لنتائجه ، والتى لا تكون موضع اهتمامه فى هذا الوقت وفى هذه الحالة لا تطبق التعميمات الا على المجموعات المماثلة فحسب • وتتلخص مقـــاييس التشتت فى :

المدى الكلى — الارباعيات — المئينيات — الاعشاريات — الانحـــراف المعيـــارى — والتبـــاين •

المـــدى الكلى :

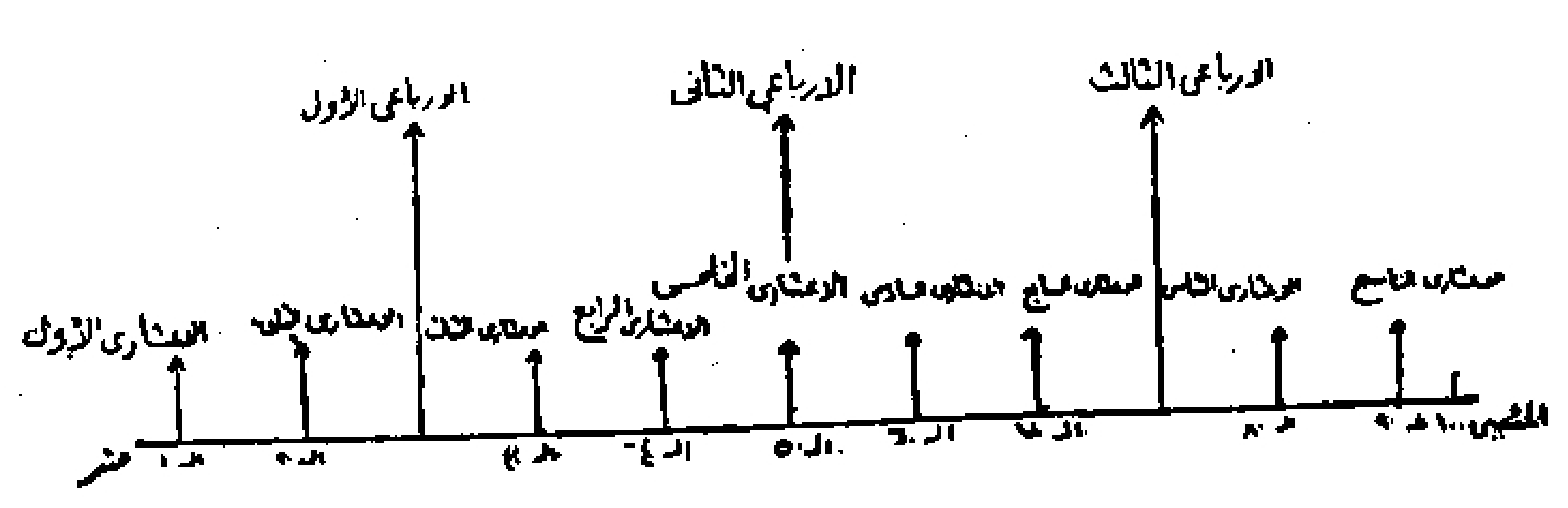
هو اقل مقاييس التشتت دقة ، وهو أيضا أسلها فى طريقة حســـابه فهو يساوى الفرق بين أعلى درجة واقل درجة • ويعطى المدى الكلى لتوزيـــع

الدرجات معلومة بسيطة عن التشتت ٠ الا ان هذا الأسلوب لا يعتمد عليه بأى حال ، طالما ان مجرد تغير أداء شخص واحد ، قد يكون له أثر كبير على المدى الكلى ٠ وهو لا يصلح علميا للمقارنة لأنه يعتمد فقط على أكبر درجة واصـــغر درجة ٠ وله أهمية فى مقارنة التوزيعات التكرارية المختلفة لمعرفة مدى تشتت الدرجات بشرط ان يكون عدد الدرجات متساويا ، وعندما تختلف عدد الدرجات تبطل هـــذه الفائدة ٠

: Quantiles

تستخدم الــ Quantiles فى شرح مجموعة من الملاحظات ٠ وهو نقطة على مقياس عددى يفترض ان يقع تحتها مجموعة من الملاحظات ٠ وهو يقسم مجموعة الملاحظـــات الى مجموعتين بنسب معروفة فى كل مجمـــوعة ٠ وتعتبر الارباعيات والمئينيات والاعشاريات ثلاثة امثلة للــ Quantiles

والشكل التالى يوضح العلاقات بالنسبة لهذه الأمثلة الثلاثة ٠



شكل رقم (٢) يوضح العلاقة بين المئينات والرباعيات والعشاريات

الأرباعيات

QUARTILES

الارباعيات هى النقط التى تقسم التوزيع التكرارى الى اربعة اقســام متساوية بحيث تكون درجات التوزيع مرتبة ترتيبا تصاعديا ٠ والارباعى هو وسيلة لقياس امكانية التغير او التشتت فى التوزيع المئينى ٠ والارباعى يقسم التوزيع الى اربعة اجزاء على مقياس من صــفر ــ ١٠٠ ، ويطلق على المئينى الـ ٢٥ الارباعى الأول ($ب_١$) ٠

فالارباعى الأول هو النقطة التى تسبقها ربع الدرجات ويليها $\frac{٣}{٤}$ الدرجات ٠

رتبة الارباعى الأول = $\frac{ن}{٤}$

الارباعى الثانى هو النقطة التى تسبقها $\frac{٢}{٤}$ الدرجات وتليهــا $\frac{٢}{٤}$

اى ان رتبته = $\frac{٢ ن}{٤}$ و $\frac{ن}{٤}$ اى انه = الوسيط ($ب_٢$) ٠

والمئينى الـ ٧٥ من التوزيع هو الارباعى الثالث ($ب_٣$) ، اى هو النقطة التى تسبقها $\frac{٣}{٤}$ الدرجات وتليها $\frac{١}{٤}$ الدرجات ٠

رتبة الارباعى الثالث = $\frac{٣ ن}{٤}$

وتحسب هذه الارباعيات بنفس طريقة حساب الوسيط مع اختلاف فى تحــديد ترتيب كل إرباعى ٠

نصف مدى الانحراف الارباعى (او نصف المــدى الربيعى)

المســافة بين الإرباعى الثالث ($ب_٣$) والإرباعى الأول ($ب_١$) هى مدى الـــ ٥٠٪ فى المنتصف ، او مدى ما بين الارباعى ٠

or Interquartile rang

يحدد الانحراف الارباعى او نصف مدى الانحراف الارباعى بطرح الارباعى

الأول من الارباعى الثالث ، وبذلك نستبعد الربعين المتطرفين فى التوزيـــع ، ونستخلص من ذلك المنطقة الوسطى للتوزيع ، التى تشمل نصف الدرجـــات التكرارية ·

مدى الانحراف الارباعى = $ب_٣ - ب_١$ ·

نصف مدى الانحراف الارباعى = $\frac{ب_٣ - ب_١}{٢}$

وتمدنا الارباعيات بمقياس للتغير اكثر دقة عن ما يمدنا بـــه المـــدى ، وعموما ، يرى (أو ينصح) معدى الاختبارات بأن « الطالب المتوسط » يقـــع بين $ب_١$ ، $ب_٣$ وينصح باستخدام هذه الارباعيات لتحديد هؤلاء الأفراد الذين ينحرفون بدرجة كافية عن الوسيط · بطريقة أخرى ، اذا بحثنا درجات هؤلاء الافراد الذين يقعون اسفل المئينى الـــ ٢٥ أو الارباعى الأول ، والذين يقعون أعلى المئينى الـــ ٧٥ أو الارباعى الثالث يعطينا تقريبا غير دقيق « لدلالة الانحراف » عن نقطـــة المنتصف ·

مثـــال :

ف	ك	ك متجمع تصـــاعدى
٥٠ —	٢	٢
٦٠ —	١	٣
٧٠ —	٦	٩
٨٠ —	٨	١٧
٩٠ —	١٢	٢٩
١٠٠ —	٢١	٥٠
١١٠ —	١٧	٦٧
١٢٠ —	١٢	٧٩
١٣٠ —	٩	٨٨
١٤٠ —	٧	٩٥
١٥٠ —	٥	١٠٠
	١٠٠	

ترتيب الارباعى الأول $= \frac{ن}{٤} = \frac{١٠٠}{٤} = ٢٥$

هذا الترتيب اكبر من التكرار المتجمع التصاعدى ١٧ واقل من التكرار المتجمع التصاعدى التالى له ٢٩ ·

فالارباعى الأول يمتد فى الفئة التكرارية المقابلة للتكرار المتجمع ٢٩ أى فى الفئة ٨٩٫٥ — ٩٩٫٥ بقيمة مقدارها ٢٥ — ١٧ = ٨

تكرار هذه الفئة = ١٢ ومداهـا ١٠

∴ الارباعى الأول $= ٨٩٫٥ + \frac{٨}{١٢} \times ١٠ = ٨٩٫٥ + ٦٫٦$

∴ الارباعى الأول $ب_١ = ٩٦٫١$

ترتب الارباعى الثانى $= \frac{٢ ن}{٤} = \frac{٢}{٤} \times ١٠٠ = ٥٠$ وهو يقع فى الفئة التى تمتد من ٩٩٫٥ — ١٠٩٫٥

قيمة الارباعى الثانى $ب_٢$ = الحد الأعلى للفئة = ١٠٩٫٥ = الوسيط ·

ترتيب الارباعى الثالث $= \frac{٣ ن}{٤} = \frac{٣}{٤} \times ١٠٠ = ٧٥$

∴ قيمة الارباعى الثالث $= ١١٩٫٥ + \left(\frac{٧٥ - ٦٧}{١٢}\right) \times ١٠$

$= ١١٩٫٥ + \frac{٨}{١٢} \times ١٠ = ١١٩٫٥ + ٦٫٦ = ١٢٦٫١$

نصف مدى الانحراف الارباعى $= \frac{ب_٣ - ب_١}{٢}$

$= \frac{١٢٦٫١ - ٩٦٫١}{٢} = \frac{٣٠}{٢} = ١٥$

الفوائد العملية للأرباعيات

١ — قيــاس التشتت :

تصلح الارباعيات لقياس التشتت وخاصة نصف مدى الانحراف الارباعى . ويمتاز عن الانحراف المعيارى بانه اسهل واسرع وابسط فى معناه ، ولكنــه لا يخضع للمعالجة الجبرية التى يخضع لها الانحراف المعيارى . (لأنه لا ياخذ فى الاعتبار قيم الدرجات الفردية ، كما انه يغفل تماما الدرجات التى تقع بعد النقطتين المئينتين — المئينى الــ ٢٥ والمئينى الــ ٧٥) .

ولهذه الأسباب يعطى هذا الأسلوب مقياسا للتشتت ، اقل ثباتا — ويقتصر استخدامه على الحالات التى يراد فيها حساب مقياس سريع للتشتت

٢ — المعــايير والمســتويات :

للارباعيات أهمية كبرى فى معرفة نقط التوزيع التكرارى التى تحــدد المســتويات العليا والوسطى والدنيا .

فالارباعى الأول مثلا يحدد النسبة المئوية المســاوية لــ ٢٥ وهى تحدد المســتوى الضعيف .

والارباعى الثالث يحدد النسبة المئوية المســاوية لــ ٧٥ وهى تحــدد المستوى الممتــاز .

وعلى ذلك تصلح الارباعيات لتقنين الاختبارات والمقاييس المختلفة .

المئينيات والإعشاريات

المئينيات هى النقط التى تقسم التوزيع التكرارى الى اجــزاء مئوية ، فالمئين هو الدرجة التى يقع تحتها نسبة مئوية من توزيع الدرجات فمثلا ، المئين الــ ٧٥ للتوزيع هو الدرجة التى يكون أقل منها ٧٥٪ من درجات التوزيع واكبر منهــا ٢٥٪ .

والاعشاريات هى النقط التى تقسم التوزيع التكرارى الى أجزاء عشرية ولا تختلف طريقة حسابهما عن حساب الأرباعيات الا فى الخطوة الأولى التى تحدد ترتيب المئينى أو الاعشارى ٠

فمثـــلا :

ترتيب المئينى الأول $= \frac{ن}{١٠٠}$ والمئينى الثانى $\frac{٢ ن}{١٠٠}$ ، ٠ ٠ ٠ ٠

ترتيب المئينى العاشر $= \frac{١٠ ن}{١٠٠} = \frac{ن}{١٠}$ = الاعشارى الأول

ترتيب المئينى الــ ٢٠ $= \frac{٢٠ ن}{١٠٠} = \frac{٢ ن}{١٠}$ = الاعشارى الثانى

ترتيب المئينى الــ ٥٠ $= \frac{٥٠ ن}{١٠٠} = \frac{٥ ن}{١٠}$ = الاعشارى الخامس

وهكذا ، ٠٠ ولذلك تســمى المئينيات الــ ١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ ، ٠٠٠ ، ٩٠ بالاعشــاريات ٠

فاذا أردنا حساب المئينى العاشر والاعشارى الأول من المثال السابق نجد أن ترتيب المئينى العاشر والاعشارى الأول $= \frac{١٠}{١٠٠} \times ١٠٠ = ١٠$

$\therefore$ المئينى العاشر والاعشارى الأول $= ٧٩٫٥ + \left(\frac{١٠ - ٩}{٨}\right) \times ١٠$

$= ٧٩٫٥ + ١٫٢٥ = ٨٠٫٧٥$

ترتيب المئينى الــ ٢٠ = الاعشارى الثانى $= \frac{٢٠ ن}{١٠٠} = ٢٠$

$\therefore$ قيمة المئينى الــ ٢٠ أو الاعشارى الثانى $= ٨٩٫٥ \left(\frac{٢٠ - ١٧}{١٢}\right) \times ١٠$

$= ٨٩٫٥ + ٢٫٥ = ٩٢$ وهكـــذا ٠٠٠

الخواص الاحصائية للثينيات والأعشاريات

لا تختلف كثيرا عن خواص الارباعيات الا فى نواح يسيره تقوم فى جوهرها على كثرة عدد الثينيات والاعشاريات • وهذا له اثره فى تغيير الصورة العامة النهائية للتقسيم الى الثينى أو الاعشارى • من المثال السابق نجد ان النقط الثينية تتباعد عن بعضها فى الأطراف وتتقارب فى الوسط •

مثــالا :

الفرق بين الثينى الـــ ٢٠ ، الـــ ١٠ = ٢٥ر١١

الثينى الـــ ٦٠ = ٥ر١٠٩ + $\frac{٤}{٧}$ × ١٠ = ٣ر١١٥

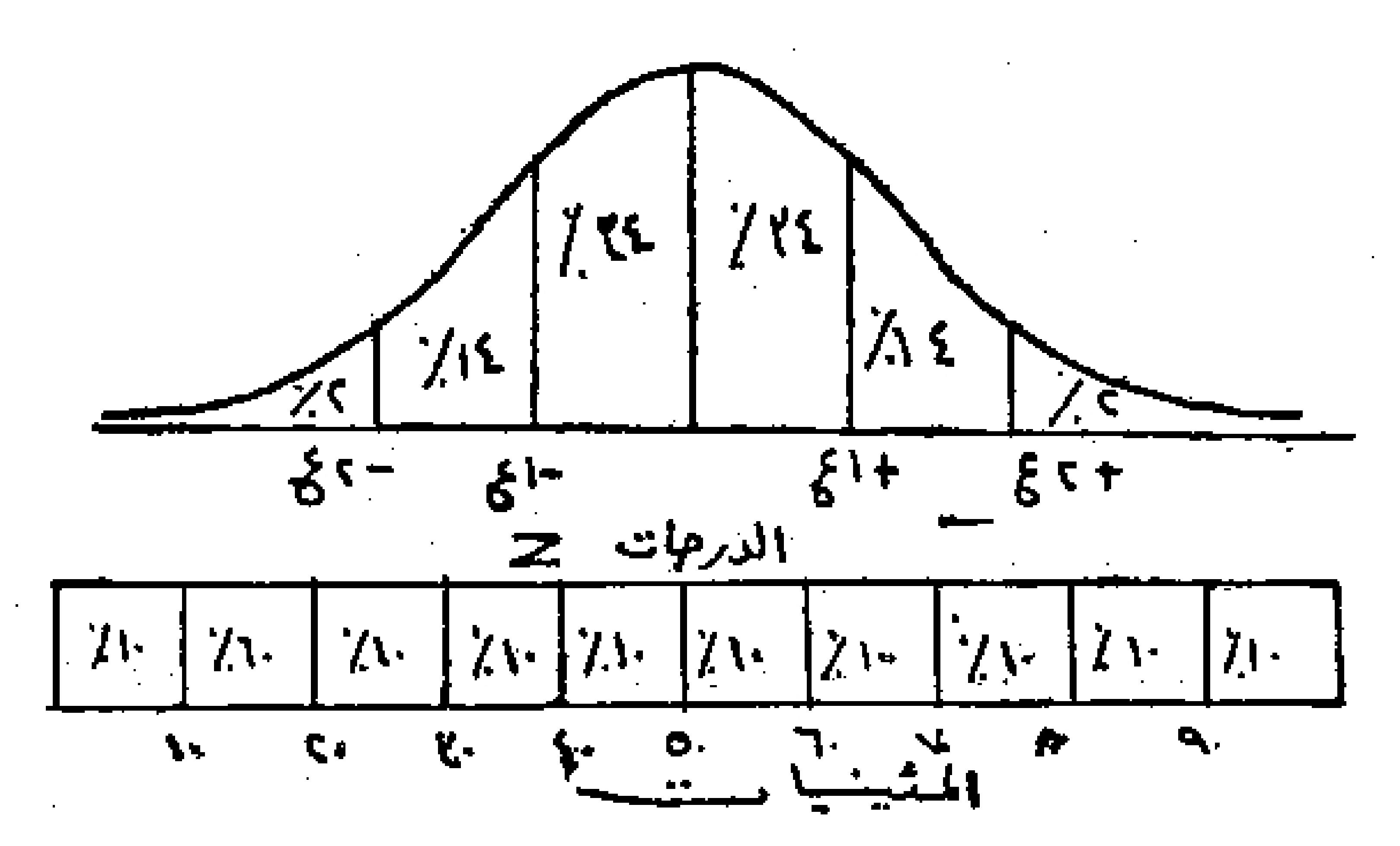
الثينى الـــ ٥٠ = ٥ر١٠٩

∴ الفرق بين الثينى الـــ ٥٠ ، الـــ ٦٠ = ٨ر٥

أي أن فروق النقط الثينية تقل بالقرب من مناطق تركيز التوزيع التكرارى وتزداد بالقرب من المناطق التى يقل فيها التوزيع • أى أن الفروق الفـــردية تزداد حساسيتها بالقرب من المناطق الوسطى وتضعف هذه الحساسية بالقرب من المناطق المتطرفة • وذلك لأن التغيرات الضيقة الصغيرة فى الدرجـــات تؤثر تاثيرا كبيرا فى مراتب النقط الثينية الوسطى • والتغيرات الواســـعة الكبيرة فى الدرجات تؤثر تاثيرا قليلا فى مراتب النقط الثينية المتطرفة •

بما اننا نستخدم الثينيات فى تحديد مستويات الأفراد بالنسبة لدرجات القياس سواء كان فى اختبارا أو امتحانا ما ••• اذن ، فتلك النقط الثينية تبـــالغ فى قياس فروق تلك المستويات عند منتصف التوزيع ، وتتخفف كثيرا فى قياسها لتلك الفروق عند الأطراف الدنيا والعليـــا •

وذلك لأن توزيع الثينيات ليس متماثلا حول نقطة النزعة المركزية ، وتتخذ الثينيات نمط قائم الزوايا من التوزيع كما هو فى الشكل التالى • (١ : ٦٠١) •



شكل رقم (٢) يوضح العلاقة بين المئينيات وتوزيعات المنحنى الاعتدالى

ويتضح ان هنـــاك اختلافا تاما بين الدرجات فى المئينى الأول الأعلى والأقل فى المجموعة على المنحنى الاعتدالى ، والدرجات التى تقع عنـــد النقط المئينية الـــ ٤٩ ، أو الـــ ٥١ • فمثلا ، اذا كانت درجة تلميذ قبل الاختبار تقع عند احد الطرفين العلويين للمنحنى الاعتدالى ثم حسن درجته بخمس نقط مئينية ، فان الفرق يتضح بسرعة • أما اذا تم نفس التحســن فى منتصف التوزيع فانه يلاحظ بصعو

وذلك لأن شكل التوزيع المئينى مفلطحا وقائم الزوايا • وتوزع الدرجات بالنسبة للـ ١٠٠ نقطة فى مسافات متساوية • وعندما تحول الدرجات المئينية الى وحدات درجة معيارية ، فانها تدمج أو تضغط بشدة فى منتصف التوزيع وينتشتت عند الأطراف • ويحدث عكس هذا الموقف عندما تحـــول الدرجـــات المعيارية الى رتب مئينية •

ولذا يستحسن تجزئة المناطق المتطرفة الى نقط مئينية متعددة متقاربة وبذلك تنتظم هذه النقط فى الصـــورة المعدلة التاليـــة :

١ ، ٥ ، ١٠ ، ٢٠ ، ٠٠٠٠ ، ٩٠ ، ٩٥ ، ٩٩ •

وذلك حتى نساوى بين الانبساط الطرفى والانقباض المركزى الى حد كبير •

الفوائد العملية والتطبيقية للمئينيـــات والاعشـــاريات

حيث أن المئينيات والاعشـــاريات تقسم التوزيع التكرارى الى مـــا هو أكبر من أو أقل من حد فاصل ، اذن فهى تحدد مستويات متدرجة للبيانات الرقمية التى يشتمل عليها التوزيع ٠

وهكذا تصلح هذه الطريقة الى حد كبير فى تحديد مستويات ومعـــايير الأفراد فى أى اختبار ٠ وتبدو اهمية هذه المعايير فى فهمنا للدرجات الخام التى يحصل عليها الفرد عندما تنسب الدرجات الخام الى مستويات الجماعة التى أجرى عليهـــا الاختبـــار ٠

وعندما تكون هذه الجماعة كبيرة وممثلة تماما لجميـــع الأفراد وعنـــدما يهذب المنحنى التكرارى بحيث يقترب من التوزيع الاعتدالى ، فان هذه المئينيات تصبح مقاييس ومعايير صالحة للمقارنة والمقابلة بين درجات اى فرد فى ذلك الاختبار والمستويات التى حددتها درجات تلك الجماعة ٠

فمثـــلا :

اذا أجرى اختبار ذكاء على آلاف من أطفـــال سن ٦ ـــ ٧ ســـنوات ثم حسبت النقط المئينية لدرجات هؤلاء الأفراد ، أمكن اتخاذ هذه النقط معـــايير لتحديد مستويات ذكاء أى فرد يمتد عمره من ٦ ـــ ٧ سنوات ٠ وبما أن هذه النقط المئينية تحدد منتصف درجات كل اختبار عند المئينى الـــ ٥٠ أو الاعشـــارى الخـــامس ٠ اذن فهى بذلك تنسب جميـــع التوزيعات التكرارية الى منتصف واحـــد ثابت ٠

وهكذا نستطيع أن نقارن نتـــائج الاختبارات المختلفة بمقارنة نقطهـــا المئينية أو أن نقارن نتائج الجماعات المختلفة بالنســـبة لاختبار واحد وذلك بمقارنة نقطهـــا المئينية أيضـــا ٠

الانحراف المعيـــارى

STANDARD DEVIATION

يعتبر الانحراف المعيارى من اهم مقاييس التشتت جميعها واكثرهـــا استخداما · تستخدم الارباعيـــات والمئينيات فى شرح التغير (او التشتت) وذلك عندما يستخدم الوسيط ليدل على النزعة المركزية · بينما نســـتخدم الانحراف المعيارى كمقياس وصفى عندما يستخدم المتوسط لتحديد النزعـــة المركزية · ويرمز للانحراف المعيارى للمجتمـــع بالرمز (σ) ويرمز للانحراف المعيارى للعينة بالرمز (ع) وتعطينـــا هـــذه الوحدات المتوسطات التى يمكن بواسطتها المقارنة بين الأفراد او المجموعات المختلفة بالنسبة للتشتت حـــول المتوسط · فمثلا ، ربما نجد مجموعتين لهما نفس المتوسط بالنسبة للتحصيل لكن مجموعة منهما متجانسة والأخرى غير متجانســـة ·

والانحراف المعيارى يقوم فى جوهرة على حســـاب إنحراف الدرجات عن متوسطها ثم تربيع هذه الانحرافات للتخلص من الاشارة السالبة ، ثم جمعها ، والقسمة على عدد الدرجات ، ثم اخذ الجذر التربيعى لهذه الدرجة ·

ويطلق على متوسط مربعات الانحرافات عن المتوسط اسم التبـــاين · اى أن مربع الانحراف المعيارى = التباين ·

فاذا رمزنا للانحراف المعيارى بالرمز ع

$\therefore$ ع^2 = التباين

$$\therefore \text{ع} = \sqrt{\text{التباين}} = \sqrt{\frac{\text{مج ح}^2}{\text{ن}}}$$

حيث ن عـــدد الأفراد

ح^2 مربع انحرافات الدرجات عن المتوسط ·

ويستخدم الانحراف المعيـــارى لتحديد مقدار إنحراف قيمة معينة عن المتوسط بالنسبة لباقى القيم فى التوزيع · فمثلا ، اذا افترضنا ان درجـــات نسبة الذكاء IQ وزعت توزيعا اعتداليا ، فان درجة المتوسط تكون عند ١٠٠

بانحراف معيارى ١٥ نقطة • فاذا حصل فرد على الدرجة ١١٥ ، فان انحرافه المعيارى = + ١ • واذا كانت درجته ٧٠ ، فان انحرافه المعيارى = — ٢ وتدلنا هذه الأرقام على الوضـــع النسبى فقط • (١ : ٦٠٠) •

طرق حساب الانحراف المعيارى

١ — من الدرجات الخـــام :

مثـــال :

لايجاد الانحراف المعيارى لدرجات ١٠ تلاميذ فى اختبار الفهم نتبع الآتى ة

الدرجة (س)	انحرافها عن المتوسط (ح)	مربع انحرافها عن المتوسط (ح٢)
١٢	صـــفر	صـــفر
٦	— ٦	٣٦
١٥	٣	٩
٣	— ٩	٨١
١٢	صـــفر	صـــفر
٦	— ٦	٣٦
٢١	٩	٨١
١٥	٣	٩
١٨	٦	٣٦
١٢	صـــفر	صـــفر
مـد س = ١٢٠	صـــفر	٢٨٨
م = ١٢.		

يلاحظ أن المجموع الجبرى لانحرافات الدرجات عن المتوسط (مـد ح) يســـاوى صـــفر دائما •

وحيث أننا نستخدم الانحرافات عن المتوسط لتحديد مقياس التشتت ، لذلك فربع انحراف كل درجة ونجمع مربع الدرجات • وناتج هذا المجموع يكون

كبيرا عندما تكون الدرجات غير متجانسة (كما فى هذا المثال مد ح^{٢} = ٢٨٨) ، وصغيرا عندما تكون الدرجات متجانسة كما سنرى فى المثال التالى .

$$\therefore \text{التباين} = \frac{\text{مد ح}^{٢}}{\text{ن}} = \frac{٢٨٨}{١٠}$$

$$\therefore \text{ع} = \sqrt{\text{التباين}} = \sqrt{\frac{\text{مد ح}^{٢}}{\text{ن}}} = \sqrt{\frac{٢٨٨}{١٠}} = \sqrt{٢٨٫٨}$$

مثـال :

أوجد الانحراف المعيارى لدرجات ١٠ تلاميذ فى اختبار القراءة .

الدرجة (س)	ح	ح^{٢}
١٢	صفر	صفر
١٠	٢ــ	٤
١٢	صفر	صفر
١٤	٢	٤
١٠	٢ــ	٤
١٣	١	١
١٢	صفر	صفر
١١	١ــ	١
١٤	٢	٤
١٢	صفر	صفر
مد س = ١٢٠	صفر	١٨
م = ١٢		

$$\therefore \text{التبـاين} = \frac{١٨}{١٠}$$

$$\therefore \text{ع} = \sqrt{\frac{١٨}{١٠}} = \sqrt{١٫٨}$$

يلاحظ هنا أن التغير (مجموع مربعات الانحرافات عن المتوسط) = ١٨

اقل منه فى المثال السابق = ٢٨٨ مما يدل على ان هذه المجموعة متجانسة ٠

تمــارين :

١ — هذه درجات ٧ طالبات فى لختبار ما — أوجد الانحراف المعيارى
الدرجة : ٢ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ ، ١٢ ، ١٥ ، ١٧ ٠

٢ — هذه درجات ١٤ طالبة فى لختبار ما — احسب الانحراف المعيارى ٠
الدرجة : ٣٦ ، ٢٦ ، ١٨ ، ٢٨ ، ١٧ ، ٢٣ ، ٢٨ ، ٢٥ ، ٢٣ ،
١٥ ، ٢٨ ، ٢١ ، ٢٠ ، ٢٤ ٠

٢ — حســاب الانحراف المعيارى للدرجات التكرارية :

اذا كان لدينا مثلا ، درجات ١٠ افراد فى اختبار ما — موضــوعة فى صورة الدرجة وتكرارها (اى عدد الأفراد الذين حصلوا على هذه الدرجة) ، ولحساب الانحراف المعيارى يلزمنا حساب المتوسط الحسابى لهذه الدرجات حيث ان الانحرافات تعتمد فى جوهرها على هذا المتوسط ٠ ولذلك نضرب كل درجة فى تكرارها حتى نحصل على المجموع الكلى للدرجات ثم نتبع الخطوات الموضحة فى الجــدول الآتى : —

الدرجة (س)	التكرار (ك)	ك×س	ح	ح²	ك×ح²
٤	٢	٨	— ٢	٤	٨
٥	٣	١٥	— ١	١	٣
٦	٣	١٨	صفر	—	·
٩	١	٩	٣	٩	٩
١٠	١	١٠	٤	١٦	١٦

مج ك = ١٠ مج (ك×س) = ٦٠ ٣٦

∴ م = $\frac{٦٠}{١٠}$ = ٦

∴ متوسط مربع الانحرافات عن المتوسط = $\frac{٣٦}{١٠}$ = ٣٫٦

∴ الانحراف المعيارى = $\sqrt{٣٫٦}$ = ١٫٩ تقريبا

اى أن معادلة الانحراف المعيارى فى هذه الحالة هى :

$$ع = \sqrt{\frac{مج (ك \times ح^{٢})}{ن}}$$

٣ — حساب الانحراف المعيارى لفئات الدرجات بالطريقة المختصرة :

إذا جمعت القيم أو الدرجات على هيئة فئات فى جول تكرارى ، نضطر لايجاد الانحراف المعيارى بالطريقة المختصرة وهى تعتمد على ما اعتمدت عليه الطريقة المختصرة لحساب المتوسط . فهى تفرض أن مدى الفئة ١ بدلا من المدى الحقيقى لها . وتفرض متوسطا تخمينيا فى اى فئة ما تقترب من وسط التوزيع التكرارى ، وتجعل قيمة هذا المتوسط مساويا للصفر . ثم تحسب الانحرافات عن هذا الصفر ، بحيث تصبح انحرافات الفئات الأقل منه متسلسلة بالطريقة التالية : — ١ ، — ٢ ، ... وتصبح انحرافات الفئات الأكبر منه متسلسلة بالطريقة التالية : ١ ، ٢ ، ٣ ، ... ثم يحسب متوسط الانحرافات التكرارية ومتوسط مربعات الانحرافات التكرارية بنفس الطريقة التى بيناها فى حسابنا للانحراف المعيارى للدرجات التكرارية . ثم يصحح التقدير الفرضى للفئة والمتوسط بالمعادلة الآتية التى تعطينا النتيجة النهائية للانحراف المعيارى .

$$ع = ف \sqrt{\text{متوسط مربعات الانحرافات} - \text{مربع متوسط الانحرافات}}$$.

مثــال :

ف	ك	حَ	ك×حَ	حَ٢	ك×حَ٢
صفر	٢	ـ٥	ـ١٠	٢٥	٥٠
ـ٥	٣	ـ٤	ـ١٢	١٦	٤٨
ـ١٠	٨	ـ٣	ـ٢٤	٩	٧٢
ـ١٥	٢٩	ـ٢	ـ٥٨	٤	١١٦
ـ٢٠	٥١	ـ١	ـ٥١	١	٥١
ـ٢٥	٧٢	صفر	صفر	صفر	صفر
ـ٣٠	٩٧	١	٩٧	١	٩٧
ـ٣٥	٤٨	٢	٩٦	٤	٢٩٢
ـ٤٠	٢٤	٣	٧٢	٩	٢١٦
ـ٤٥	١٥	٤	٦٠	١٦	٢٤٠
ـ٥٠	١	٥	٥	٢٥	٢٥
	مجـ ك = ٣٥٠		١٧٥		١١٠٧

الانحراف المعياري ع = ف $\sqrt{\text{متوسط مربعات الانحرافات} - \text{مربع متوسط الانحرافات}}$

$$= \text{٥} \sqrt{\frac{\text{١١٠٧}}{\text{٣٥٠}} - \left(\frac{\text{١٧٥}}{\text{٣٥٠}}\right)^{\text{٢}}}$$

$$= \text{٥} \sqrt{\text{٣ر١٦٢٩} - (\text{٥ر})^{\text{٢}}}$$

$$= \text{٥} \sqrt{\text{٢ر٩١٢٩}} = \text{٨ر٥ تقريبا}$$

ويمكن صياغة الانحراف المعياري في صورة رمزية كالآتي :

$$\text{ع} = \text{ف} \sqrt{\frac{\text{مجـ (ك} \times \text{حَ}^{\text{٢}}\text{)}}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{مجـ ك} \times \text{حَ}}{\text{ن}}\right)^{\text{٢}}}$$

٤ ـ حســاب الانحراف المعيــارى بالطريقة العامة :

وهى ادق طريقة لحساب الانحراف المعيارى حيث انها تعتمد على الدرجات الخام دون الاستعانة بالانحرافات ٠ وهى لذلك لا تحتاج الى تصحيح اثــر الفئات ويحسب الانحراف المعيارى بالمعادلة الآتية : ــ

$$ع = \sqrt{\text{متوسط مربعات الدرجات} - \text{مربع متوسط الدرجات}}$$

فاذا رمزنا الى الدرجــة بالرمز س ، مربع الدرجة $س^2$

$$\therefore \text{متوسط مربعات الدرجات} = \frac{مج\ س^2}{ن}$$ حيث ن عدد الدرجات

$$\text{متوسط الدرجــات} = \frac{مج\ س}{ن}$$

$$\therefore \text{مربع متوسط الدرجات} = \left(\frac{مج\ س}{ن}\right)^2$$

وتتحول المعادلة السابقة الى الصورة الرمزية التالية :

$$ع = \sqrt{\frac{مج\ س^2}{ن} - \left(\frac{مج\ س}{ن}\right)^2}$$

مثــال :

يوضح الجدول التالى درجات ٧ طالبات ــ لحساب الانحراف المعيارى نتبع الآتى :

الدرجة (س)	مربع الدرجة $س^{٢}$
٢	٤
٦	٣٦
٨	٦٤
١٠	١٠٠
١٢	١٤٤
١٥	٢٢٥
١٧	٢٨٩
مجـ س = ٧٠	مجـ $س^{٢}$ = ٨٦٢

م = ١٠

$$\therefore ع = \sqrt{\frac{٨٦٢}{٧} - \left(\frac{٧٠}{٧}\right)^{٢}}$$

$$= \sqrt{١٢٣٫١٤ - ١٠٠}$$

$$= \sqrt{٢٣٫١٤} \quad = ٤٫٧٥ \text{ تقريبا}$$

مثال :

احسب الانحراف المعيـــارى من الجدول التكرارى الآتى والذى يوضح توزيع درجات ٥٠ طالبا فى اختبار اللغة ٠

ف	٢١٠-	٢٢٠-	٢٣٠-	٢٤٠-	٢٥٠-	٢٦٠-	٢٧٠-	٢٨٠-	٢٩٠-	٣٠٠-	٣١٠-
ك	٣	صفر	٢	٨	١١	١٢	٦	١	٤	٢	١

الحـــل :

ف	ك	ح	ك ح	$ح^2$	$ك ح^2$
٢١٠—	٣	—٥	—١٥	٢٥	٧٥
٢٢٠—	صفر	—٤	صفر	١٦	صفر
٢٣٠—	٢	—٣	—٦	٩	١٨
٢٤٠—	٨	—٢	—١٦	٤	٣٢
٢٥٠—	١١	—١	—١١	١	١١
٢٦٠—	١٢	صفر	صفر	صفر	صفر
٢٧٠—	٦	١	٦	١	٦
٢٨٠—	١	٢	٢	٤	٤
٢٩٠—	٤	٣	١٢	٩	٣٦
٣٠٠—	٢	٤	٨	١٦	٣٢
٣١٠—	١	٥	٥	٢٥	٢٥
	٥٠		—٤٨		٢٣٩
			٣٣		
			—١٥		

$$\therefore ع = ف \sqrt{\frac{\text{مجـ ك ح}^2}{ن} - \left(\frac{\text{مجـ ك ح}}{ن}\right)^2}$$

$$= ١٠ \sqrt{\frac{٢٣٩}{٥٠} - \left(\frac{-١٥}{٥٠}\right)^2}$$

$$= ١٠ \sqrt{٤٫٧٨ - \frac{٢٢٥}{٢٥٠٠}}$$

$$= ١٠ \sqrt{٤٫٧٨ - ٠٫٠٩} = ١٠ \sqrt{٤٫٦٩} = ٢١٫٦٦$$

التباين

VARIANCE

رأينا أن التباين هو متوسط مربعات الانحرافات عن المتوسط ، أى أنه مربع الانحراف المعيـــارى .

والتباين من أهم مقـــاييس التشتت لاعتماده المبـــاشر على الانحراف المعيارى . أيضا هو احدى المتوسطات لانه فى جوهره متوسط لمربعات الانحرافات ولذلك فهو يصلح لقياس الفروق الجماعية بين الأنواع المختلفة للتوزيعات التكرارية . مثل : حساب الفروق بين مستويات تحصيل الطلبة والطالبات بالنسبة لأى مادة من المواد . ويسمى هذا النوع من التحليل بتحليل التباين .

وللتباين فائدته الاحصائية المباشرة فى قياس الانحراف المعيارى للمجموعات المختلفة او ما يمكن أن نسميه بالانحراف المعيارى الوزنى .

مثـــال :

احسب الانحراف المعيارى لدرجات الطلبة والطالبات وذلك بمعرفة عدد الافراد والمتوسط والانحراف المعيارى لكل مجموعة منهما :

المجمـــوعة ا	المجمـــوعة ب
$ن_١ = ٧٠$	$ن_٢ = ٣٠$
$م_١ = ٦٠$	$م_٢ = ٥٠$
$ع_١ = ٣$	$ع_٢ = ٢$

عدد المجموعتين $ن = ن_١ + ن_٢$

$$م = م_١ + م_٢$$

$$\text{المتوسط الوزنى} = \frac{م_١ \times ن_١ + م_٢ \times ن_٢}{ن_١ + ن_٢}$$

$$\therefore \text{المتوسط الوزنى (م)} = \frac{٧٠ \times ٦٠ + ٥٠ \times ٣٠}{٧٠ + ٣٠} = ٥٧$$

∴ فكرة التباين تقوم فى جوهرها على حساب مربعات فروق الانحرافات.

∴ نحسب مربع فرق كل متوسط عن المتوسط العـــام .

∴ فرق متوسط المجموعة أ عن المتوسط العام $ق_1$

$$∴ ق_1^2 = (م_1 - م)^2 = (٦٠ - ٥٧)^2 = ٣^2 = ٩$$

$$∴ ق_2^2 = (م_2 - م)^2 = (٥٠ - ٥٧)^2 = ٧^2 = ٤٩$$

وتشبه معادلة التباين الوزنى معادلة المتوسط الوزنى مع اختلاف بسيط يدور فى جوهره حول فكرة مربعات الفروق .

$$\text{التباين الوزنى} = \frac{ع_1^2 \times ن_1 + ع_2^2 ن_2 + ق_1^2 ن_1 + ق_2^2 \times ن_2}{ن_1 + ن_2}$$

$$= \frac{٣^2 \times ٧٠ + ٢^2 \times ٣٠ + ٩ \times ٧٠ + ٤٩ \times ٣٠}{٧٠ + ٣٠}$$

$$= ٢٨٫٥٠$$

$$∴ ع = \text{الانحراف المعيارى للمجموعتين معا} = \sqrt{٢٨٫٥٠} = ٥٫٣٤$$

ويمكن الاستفادة بهذه الطريقة لحساب الانحراف المعيارى الوزنى لأى عدد من المجموعات المختلفة وذلك عن طريق معرفة عدد كل منها ، متوسطها ، والانحراف المعيـــارى لكل منهـــا .

مقارنة بين مقاييس التشتت

مما سبق ، نجد أن المدى المطلق هو اقل مقاييس التشتت دقة وثباتا ، وخاصة فى حالة وجود قيم متطرفة لا تمثل المجموعة التى ينتمى اليها .

ثم وجدنا أن نصف المدى الربيعى (نصف مدى الانحراف الأرباعى) يقتصر على مدى النصف المتوسط من مجموع القيم . الا انه لا يتعرض الا لقيمتين هما الربيع الأدنى والربيع الأعلى فقط . ويستخدم عندما يراد الحصول على مقـاس تقريبى للتشتت فى وقت قصير . وعندما يكون فى المجموعه قيم متطرفة .

اما الانحراف المعيارى فهو اكثر مقاييس التشتت دقة نظرا لأنه يستخدم فى حسابه جميع قيم المجموعة ٠

ويستخدم الانحراف المعيارى فى كثير من الطرق الاحصائية الأخرى ، كما فى حالة معاملات الارتباط او مقاييس الدلالة ٠ ولذلك فهو أكثر مقاييس التشتت استخداما ٠

تمــارين :

١ ـــ اوجد نصف مدى الانحراف الارباعى من الجدول التكرارى الآتى :

ف	صفر ــ	٥ ــ	١٠ ــ	١٥ ــ	٢٠ ــ	٢٥ ــ	٣٠ ــ	٣٥ ــ	٤٠ ــ	٤٥ ــ	٥٠ ــ
ك	٢	٣	٨	٢٩	٥١	٧٢	٩٧	٤٨	٢٤	١٥	١

٢ ـــ هذه درجات ١٥ طالب فى امتحان ما ٠ احسب الانحراف المعيارى
٢٩ ، ٢٥ ، ٢١ ، ٢٦ ، ١٦ ، ٢٠ ، ٢٥ ، ٢١ ، ٢٠ ، ١٩ ، ١٨ ،
٢٠ ، ٢٥ ، ٢٣ ٠

٣ ـــ أوجد الانحراف المعيارى للدرجات الخمس التالية :
٥ ، ٦ ، ٣ ، ٧ ، ٤ ٠

٤ ـــ أوجـــد الانحراف المعيارى لدرجات ٩ طالبـــات فى امتحان اللغة الفرنسية :
٣ ، ٦ ، ٢ ، ٥ ، ٣ ، ٨ ، ٦ ، ٧ ، ٥ ٠

٥ ـــ اوجـــد المئينى الـــ ٢٥ (الأرباعى الأول) والمئينى الـــ ٦٠ من الدرجات التالية :

درجة الاختبار	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨
التكرار « ك »	٢	—	١	٣	١٠	١٨	٢٤	٢٣	١٧	٨	٩	٥	٣	١	١

٦ ـــ اوجد المئينى الـــ ٢٠ والمئينى الـــ ٥٠ من الجدول التكرارى الآتى؟

ف	٢٠ ــ	٢٤ ــ	٢٨ ــ	٣٢ ــ	٣٦ ــ	٤٠ ــ	٤٤ ــ	٤٨ ــ	٥٢ ــ	٥٦ ــ	٦٠ ــ	٦٤ ــ
ك	١٢٥	٢٩٥	٢٩١	٣٠٧	٢٠٤	٢٢١	١٦٠	١٢٥	١٢٠	٨٢	٣٨	٤٠

٧ ــ أوجد الانحراف المعيارى من الجدول التكرارى الآتى

ف	١٠ــ	٢٠ــ	٢٠ــ	٤٠ــ	٥٠ــ	٦٠ــ	٧٠ــ
ك	٣	صفر	٤	١٥	١٢	١١	٥

٨ ــ أوجد الانحراف المعيارى من الجدول التكرارى الآتى :

ف	٥ ــ	١٠ــ	١٥ــ	٢٠ــ	٢٥ــ	٣٠ــ	٣٥ــ
ك	٧	٨	١٢	١٢	١٠	٩	١

٩ ــ احسب الانحراف المعيارى للقيم الآتية :

٧٢ ، ٨١ ، ٧٠ ، ٨٠ ، ٧٠ ، ٨٥ ، ٧٣ ، ٨٢ ، ٧٢ ، ٧٨ ، ٧٩ ،
٨٣ ، ٧٣ ، ٨٥ ، ٨٢ ، ٩٠ ، ٨٠ ، ٧٨ ، ٨١ ، ٧٤ .

١٠ــ احسب الانحراف المعيارى للقيم الآتية :

٤ ، ١٢ ، ٢ ، ٥ ، ٩ ، ٦ ، ٢ ، ١٠ ، ٦ ، ٩ .

١١ــ احسب الانحراف المعيارى للقيم الآتية :

٦ ، ١٠ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ١٠ ، ٣ ، ١٠ ، ٩ ، ١٠ .

١٢ــ أوجد نصف مدى الانحراف الارباعى من الجدول التكرارى الآتى :

ف	١٥٩ــ	١٤٩ــ	١٣٩ــ	١٢٩ــ	١١٩ــ	١٠٩ــ	٩٩ــ	٨٩ــ	٧٩ــ	٦٩ــ	٥٩ــ
ك	٥	٧	٩	١٢	١٧	٢١	١٢	٨	٦	١	٢

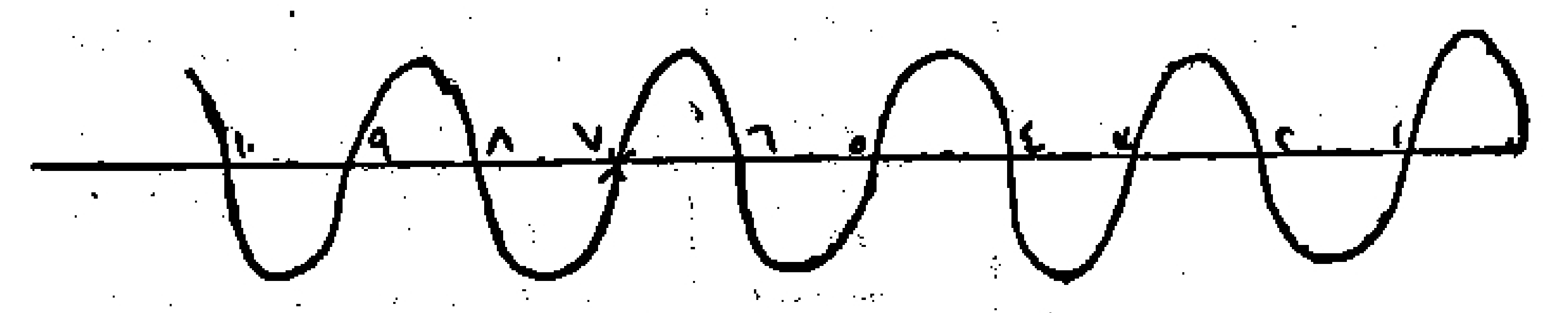
الفصل الخامس

التحـــويلات

مقـــــــدمة :

شرحنا فى الفصول السابقة ، توزيعات الدرجات والاحصاء المستخدم لشرح مثل هذه التوزيعات · تعاملنا فى البداية مع توزيعات درجات خام لمجموعة من المختبرين · ورأينا كيف تحسب مقاييس التشتت والنزعة المركزية · ·

ومن الصعب تفسير الدرجة الخــام للفرد على الاختبار بدون استخـــدام بعض أسس المقارنة أو المعايير · والدرجة الخام هى الدرجة الأصلية او الفعلية التى لم تعدل أو تحول بأى طريقة · هى الرقم صح او خطا ، معتمدة على الطريقة التى استخدمت فى تقدير الدرجة · هى ببساطة عدد الاجابات الصحيحة التى يحصل عليها المختبر · والدرجة الخام فى حد ذاتها ليس لها اى معنى ، وتكتسب معنى فقط ، عندما تقارن مع مقاييس أخرى · بيانيا ، فان الدرجة الخام هى المسافة من نقطة الصفر على الخط العددى الى القيمة العـــددية التى تمثل أداء الممتحن علىالاختبار · فمثلا ، الدرجة ٧ من ١٠ مفردات موضحة فى الشكلالتالى:



وعندما نحاول تفسير درجات من توزيعات مختلفة ومجموعات من الأفراد ، فانه يتضح لنا نتطلب بعض الطرق الاضافية لكى نستطيع تفسير ومقارنة الدرجات · فمثلا ، لنفرض أن طالبا ما حصل على درجات تحصيل : ٨٢ ، ٩١ ، ٦٥ على لختبارات الأداء أ ، ب ، جـ على التوالى · ماذا تعنى هـــذه الدرجات بالنسبة الى الأداء النسبى ؟

ولتسهيل التفسير ، فاننا نحول الدرجات بواسطة اضافة أو طرح ثابت ، أو بواســـطة بعض المزج للعمليات الحسابية الأربعة · والدرجة الناتجة من التحويل غالبا ما يكون لها اسم خاص او محدد · وممكن استخدام عدة طرق لمقارنة الدرجات الخـــام بعد تحويلهـــا ·

وسوف نتناول فى هذا الفصل بعض التحويلات الأكثر شيوعا ·

التحــويل :

هو قاعدة (او مجموعة قواعد) لتحويل الدرجات من مقياس (مثال : مقياس الدرجة الخام) الى مقياس آخر (مثل مقياس انحراف الدرجة) • ويمكن تصنيف كل التحويلات اما الى تحويلات خطية أو غير خطية •

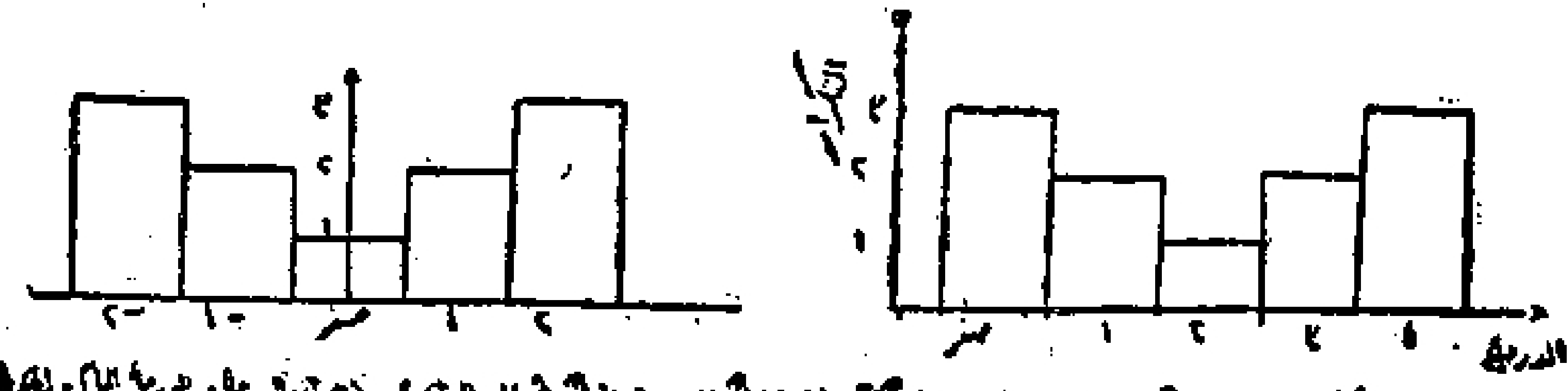
التحــويل الخطى : Alinear transformation

تحول الدرجات من مقياس الى آخر بحيث لا يتغير شــكل التوزيع • والتحويل ممكن ان يكون خطيا مثل مجموعة درجات خام ولتكن س ١ تحول الى مجموعة درجات محولة ولتكن ص ١ بواسطة المعادلة الخطية •

ص ١ = أ س ١ + ب حيث أ ، ب ثوابت

وتحافظ التحويلات الخطية على الفروق النسبية بين الدرجات الخام • هذا النوع من التحول الخطى ممكن ان يستخدم للحصول على مجموعة درجات محولة متوسطها وانحرافها المعيارى وتباينها ربما يختلف عن هذه الدرجات الخام (٤ : ٧٧) •

كمثال للتحويل الخطى ، التحويل من مقياس الدرجة الخام الى مقياس انحراف الدرجة ، والعكس بالعكس ، هو تحويل خطى • انظر الشكل التالى :



شكل رقم (٤) يوضح درجات خام افتراضية وانحرافات الدرجة المشتقة [illegible]

التحـويل غير الخطى : **Ancn Linear transformation**

يحول الدرجات من مقياس لآخر بحيث يختلف شكل التوزيع • اى ان التحول غير الخطى يعطى توزيع درجات محولة يختلف شكلها عن شكل الدرجات الخام • ويتم مثل هذا التحول غير الخطى عندما نريد ان نضبط شكل مجموعة درجات — حيث توضح توزيع الدرجات الخام انحراف عن الاعتدالية — وذلك للحصول على توزيع اعتدالى معيارى •

المثال التالى يوضح توزيع مسنن « او مشرشر Jagged » حول بواسطة قاعدة معينة نتج عنها توزيع مسطح أو مستطيل • (٥ : ٥٢) •

مثال : أعطيت مجموعة من الدرجات الخام هى :

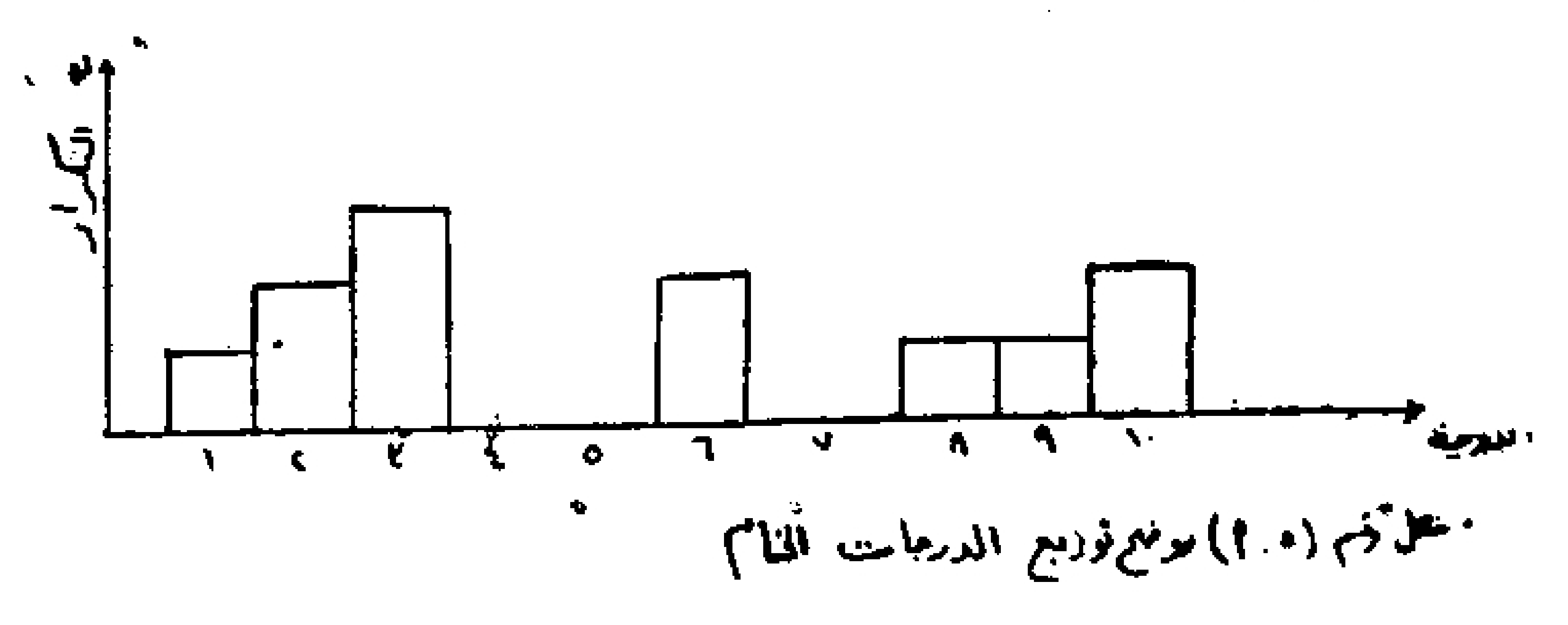
١ ، ٢ ، ٦ ، ٢ ، ٦ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ ، ١٠ ، ٣ ، ٣ ، ٣ •

القاعـــدة :

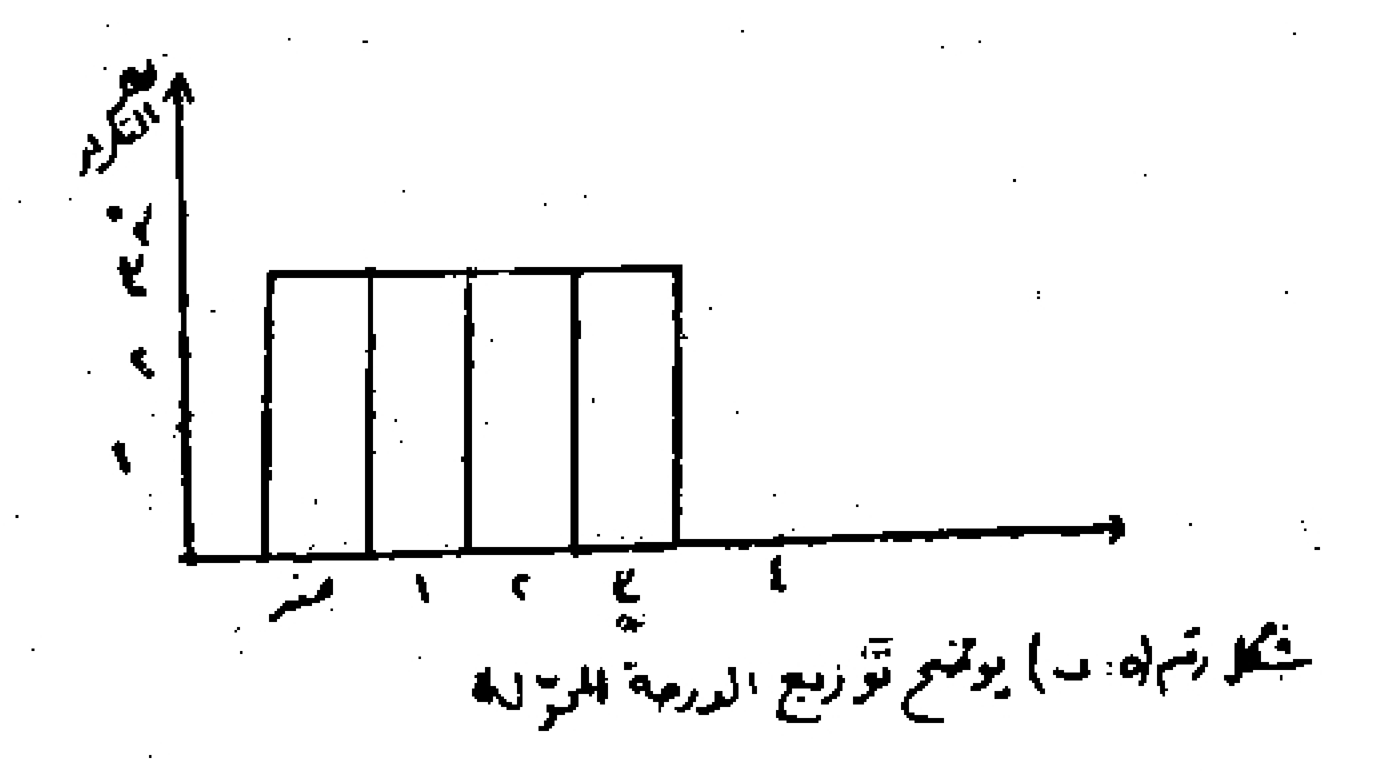
(أ) رتب الدرجات ترتيبا تنازليا •

(ب) اعطى تقدير لكل الدرجات فى الـ ٢٥٪ من التوزيع للدرجة المحولة بالدرجة ٣ ، والـ ٢٥٪ التالية بالدرجة ٢ ، ••• الخ •

ويتضح تاثير تطبيق هذه القاعدة لتوزيع الدرجات الخام فى الشكل التالى :



شكل رقم (٥ - ١) يوضح توزيع الدرجات الخام



شكل رقم (٥ ب) يوضح توزيع الدرجة المحولة

وهنـــاك طريقة واحـــدة لمعرفة اذا كان التحويل خطيا او غير خطى . وهذه الطريقة هى رسم الدرجات الأصلية والدرجات المحولة كما هو موضح فى الشكلين التـــاليين :

الدرجة المحولة

الدرجة الخام

شكل رقم (٦ أ) يوضح رسم الدرجات الخام والدرجات المحولة الخطية

الدرجة المحولة

الدرجة الخام

شكل رقم (٦ ب) يوضح رسم الدرجات الخام والدرجات المحولة الخطية المقابلة لها

فاذا وقعت كل النقط على خط مستقيم كما هو فى الشكل (أ) ، نتأكد أن التحويل يكون خطيا • واذا لم تقع النقط على خط مستقيم كما فى شكل (ب) فان التحويل يكون غير مستقيم •

الحقيقة الهامة هو أن التحويلات الخطية تحافظ على شكل توزيع الدرجة • (مثال : المدرج المبنى على درجات محولة خطية له نفس خواص الشكل تماما مثل المدرج المبنى على مجموعة الدرجات الأصلية) • التحويلات غير الخطية ، من الناحية الأخرى ، تغير دائما شكل توزيع درجة الاختبار • (٥ : ٥٤) •

التوزيع الاعتدالى

NORMAL DISTRIBUTION

من أجل مناقشة تحويلات اخرى لها معنى اكثر ، نحتاج أن نلخص هنا وحدة التوزيع أو المنحنى الاعتدالى • والتوزيع الاعتدالى له اهمية فى القياسات السيكلوجية ، ونحتاج له فى حالة القياس جماعى المرجع • وهو ليس توزيعا واحدا له مقياس ثابت فى القياس ، لكنه عائلة من التوزيعات النظرية التى يفترض أن لها الشكل العام الجرسى ولها عدد لا نهائى من الأفراد •

ونذكر أحيانا ان متغيرا ما ، مثلا ، التحصيل الحسابى « موزع اعتداليا » normally distributed وهذا يعنى أن توزيع درجات التحصيل الحسابى تتبع المنحنى الاعتدالى • وتختلف التوزيعات الاعتدالية فى امكانية التغير او التحول • وبالطبع ، يعتمد المركز على المتغير موضع الاعتبار وعلى مقياسه فى القياس •

وعلى ذلك ، فان المركز Location ، وامكانية التغير تحدد شكل التوزيع • وحيث انه من المستحيل تكوين جداول لكل امتزاجات المتوسطات والتباينات للتوزيعات الاعتدالية ، فاننا نعتبر وحدة المنحنى الاعتدالى ، ويسمى أحيانا المنحنى الاعتدالى المعيارى ، الذى له متوسط = صفر ، وانحراف معيارى = ١ والمساحة = ١ لكى يكون هو التوزيع الأساسى • ويستخدم بكثرة فى الاحصاء الوصفى والاستدلالى •

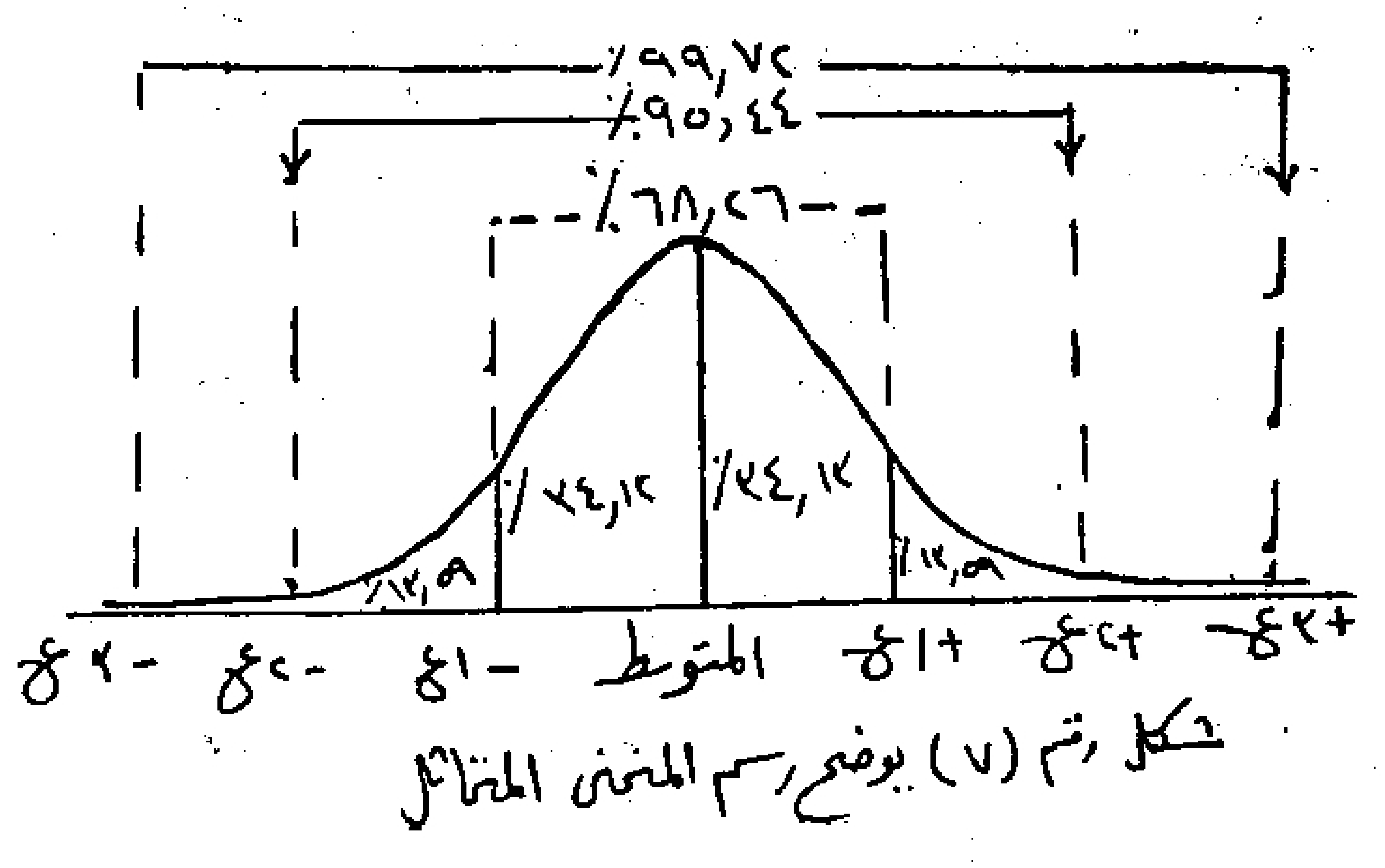
الفرق بين التوزيعات النظرية والتجريبية :

التوزيع التجريبى هو توزيع القيم التى حصل عليها من القياس الفعلى للعينة فى سمة ما ٠ اما التوزيع النظرى ، فهو ما استخلص من نظرية ما سواء كانت حسابية او شيئا ٠ فمثلا ، اذا سألت ماذا تتوقع لذا القيت عملة مليون مرة ؟ الاجابة ٥٠٠ر٠٠٠ وجه ، ٥٠٠ر٠٠٠ كتابة ٠ هذا مع العلم انك لم تلق العملة مليون مرة ولا اى شخص آخر فعل هذا ٠ وانما استنتج هذا من الخاصية الثنائية للعملة ٠ واذا أجريت التجربة ورصدت النتائج فى جدول ، فسوف نحصل على توزيع تجريبى مشابه فى الشكل للتوزيع النظرى الذى سبق ذكره ٠

ويوجد عدد من التوزيعات النظرية والتى تهم متخصصى القياس ، لكننا سنقتصر فى الوقت الحالى على التوزيع الاعتــدالى ٠

التوزيع الاعتدالى

هو توزيع يأخذ شكل منحنى متماثل او منحنى Gaussian كما هو فى الشــكل :



شكل رقم (٧) يوضح رسم المنحنى المتماثل

وهو ذو قمة واحدة ويمتد طرفاه الى ما لا نهاية ، وهذا يعنى ان حدود المنحنى الاعتدالى لا تلمس خط القاعدة وهذا يعنى ان النهايات العظمى تمتد

الى ما لا نهاية • ويشبه المنحنى الى حد كبير ناقوسا مقلوبا ولذلك يسمى أحيانا بالمنحنى الجرسى •

ويستخدم منحنى Gaussian أو المنحنى الاعتدالى لشرح امكانية حدوث الصدفة • فمثلا ، اذا القيت ١٠ عملات ١٠٠٠ مرة فان توزيع الصورة والكتابة بالنسبة للعشر عملات سياخذ شكل المنحنى الاعتدالى تقريبا • واذا رسمنا منحنيات لتوزيع صفات نفسية او جسمية وجدنا انها تميل كلما زاد عدد الحالات الى شكل التوزيع الاعتدالى ، الا أن هذا التوزيع الاعتدالى لا يمكن أن نحصل عليه تماما فى البحوث التجريبية • اى انه تجريد لما يجب ان يكون عليه التوزيع ونحن نفترضه دائما لاننا نلاحظ ان البحث كلما اتسع وزاد دقة قربنا من التوزيع الاعتدالى أى أنه اذا تصورنا بحثا مثاليا ، لم تكن هناك اخطاء متعلقة بحجم العينة ومدى تمثيلها للمجتمع أو متعلقة بظروف الاختبار من ناحية مناسبته لعمر ومستوى تعليم افراد العينة من ناحية ، ولثباته وصدقه من ناحية اخرى او متعلقة بظروف الباحث والمبحوث المزاجية والصحية عند تطبيق الاختبار ، او متعلقة بالصفة او السمة المقاسة • واذا تصورنا ايضا أننا إستطعنا اجراء البحث على جميع افراد المجتمع الأصل عند ذلك فقط يمكن أن نصل الى التوزيع الاعتدالى النموذجى •

وتتضمن انواع الظواهر phenomene التى تقترب من المنحنى الاعتدالى القياسات السيكلوجية ، البيانات الـ deniographic ، مثل الميلاد والموت ، بيانات اقتصادية مثل الانتاج والأجور ، بيانات anthropmetrical للاجناس تتضمن الوزن والارتفاع ، احصاءات بيولوجية للانسان ، للحيوانات ، النباتات ، اخطاء الملاحظة لسرعة الحركة والسمات الطبيعية والعقلية •

ويتضمن منحنى التوزيع الاعتدالى على خمس وحدات انحراف معيارى اعلى وأقل نقطة المنتصف • ومع ذلك ، فانه لأغراض قياس السلوك الانسانى ، تختزل الى ± ٣ وحدات انحراف معيارى ، وتوزيعات النسبة المئوية الموضحة فى الشكل السابق تعتبر كافية بصفة عامة لقياس أداء الفرد •

ويتضح التجمع حول المتوسط بنسبة ٦٨٪ من المجتمع يكون مركز داخل (او ضمن) ± ١ وحدة انحراف معيارى • ويوضح النقصان السريع فى المجتمع

تجاه طرف المنحنى ان ٩٦ ٪ من الجماعة يقعوا داخل ± ٢وحدة انحراف معيارى عن المتـــوسط ٠

والـ ٩٩ ٪ من المساحة المحصورة داخل ± ٣ انحراف معيـــارى عن المتوسط ٠ وهكذا ، بمعرفة خواص التوزيع الاعتدالى بالنسبة الى المســـاحة تحت المنحنى تدل على انه عندما تكون الدرجات موزعة اعتداليا ، فان الدرجة ± ٣ انحراف معيارى نادرة الحدوث ٠

وعلى ذلك يمكن تلخيص خواص المنحنى الاعتـــدالى كالآتى :

١ — وحدة المنحنى الاعتدالى تكون متماثلة حول المتوسط ، لها انحراف معيارى يساوى واحد والمساحة تحت المنحنى تساوى واحد ٠

٢ — يحدث أعلى ارتفاع للمنحنى عند المتوسط = صفر ويقل فى الارتفاع لقيم س البعيدة عن المتوسط ٠ وتوجد ثلاثة انحرافات معيارية لقيم س على كل جانب من المتوسط ، ويتجه المنحنى لخط القاعدة ، بينما يبقى خط التقارب الموجب والسالب لا نهـــائى ٠

٣ — تمثل قمة المنحنى المتوسط والوسيط والمنوال وهى النقطة التى اذا اسقطنا منها عمود فانه يقسم المنحنى الى نصفين متساويين وتكون مساحة كل قسم هى ٥ من المساحة الكلية ؟

٤ — يمكن تقسيم كل نصف الى ثلاثة اقسام طول كل منها = واحد لانحراف معيارى ٠ فمثلا يمكن الحصول على + ١ ع ، + ٢ ع ، + ٣ ع وبالمثل للنصف الآخر — ١ ع ، — ٢ ع ، — ٣ ع ٠

٥ — نسبة المساحة المحصورة بين المتوسط ، + ١ ع هى ٣٤١٣ر٠ وبالمثل المساحة المحصورة بين المتوسط ، — ١ ع تساوى ٣٤١٣ر٠ فتكون المساحة المحصورة بين + ١ ع ، — ١ ع = ٣٤١٣ر + ٣٤١٣ر = ٦٨٢٦ر ٠

٦ — نسبة المساحة المحصورة بين + ١ ع ، + ٢ ع تساوى ١٣٥٩ر وبالمثل المساحة بين — ١ ع ، — ٢ ع = ١٣٥٩ر ٠ وعلى ذلك تكون المساحة المحصورة بين + ٢ ع ، — ٢ ع = ١٣٥٩ر + ٣٤١٣ر + ٣٤١٣ر + ١٣٥٩ر = ٩٥٤٤ر ٠

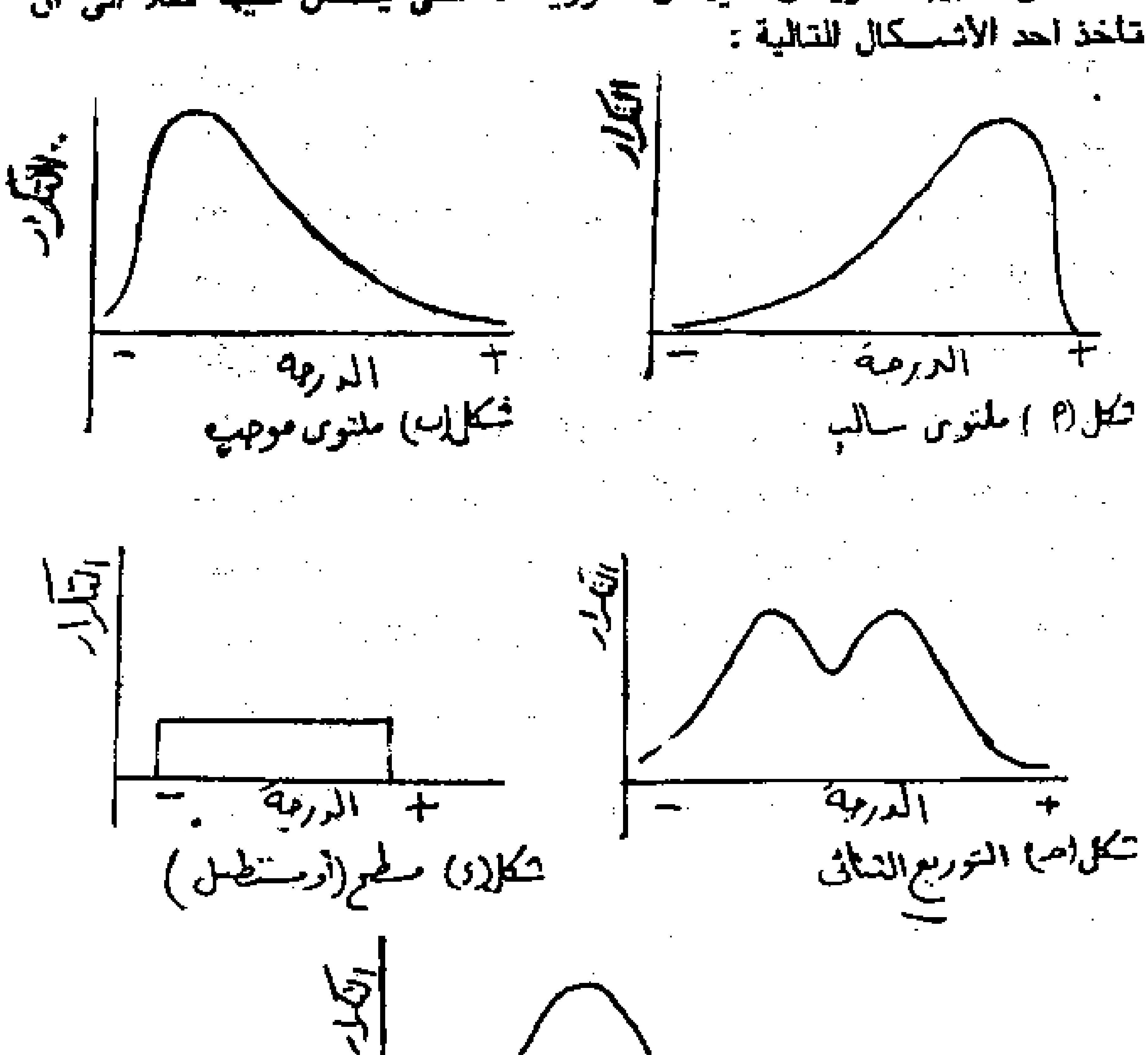
٧ — نسبة المساحة المحصورة بين + ٢ ع ، ٣ ع هى ٠٢١٤ر٠ وهى تساوى أيضا المساحة المحصورة بين — ٢ ع ، — ٣ ع ٠ وبناء على ذلك فان المساحة المحصورة بين ± ٣ ع تساوى ٠٢١٤ر +

١٣٥٩ر + ٣٤١٣ر + ٣٤١٣ر + ١٣٥٩ر + ٢١٤٠ر = ٩٩٧٢ر تقريبا اى ان المساحة المحصورة بين المتوسط ، + ٣ ع والمتوسط، + ٣ ع والمتوسط ، — ٣ ع = ٧٣ر٩٩٪ من المساحة الكلية .

٨ — يلاحظ أن نقطتى تحول المنحنى اى النقطتين اللتين يبدأ فيهما المنحنى أن يغير اتجاهه تقابل القيمتين م + ع ، م — ع .

اشــكال التــوزيع :

عندما نتعامل مع جماعات صغيرة ، فان التوزيع لا يقترب من المنحنى الاعتدالى تقريبا . ويمثل كثير من التوزيعات التى يحصل عليها فعلا الى ان تاخذ احد الأشــكال التالية :



شكل رقم (٨) يوضح الأشكال العديدة للتوزيع

ونحن نعنى بهذا ، ان توزيعات درجات الإختبار وقياسات تعليمية أخرى تطابق تقريبا احد الأشكال الموضحة هنا · اى ، ليس بالضرورة أن كل توزيع يكون نموذجا واحدا unimodal ، ربما يتضمن التوزيع التكرارى اكثر من قمة · وعندما يحدث هذا يقال ان التوزيع متعدد القمم multimodal كما يتضح فى الشكل (حـ) فهو توزيع له قمتـــان ·

وهناك عدد من الملاحظات بالنسبة لهذه الأنواع العديدة من التوزيعات .

١ ـ التوزيعات الاعتدالية والمسطحة flat تكون متماثلة symmetrical · التوزيعات الملتوية تكون عديمة التناسق asymmetrical · وينتج الالتواء skewness فى التوزيع عندما تتجمع (او تتكدس pile) الدرجـــات على أحد جانبى متوسط التوزيـــع · وممكن ان يكون التوزيع له التواء موجب كما هو موضح فى شكل (ب) حيث يكون الشائع (أو المنوال) ، الوسيط ، المتوسط تكون كل منهما على يسار الآخر · والالتواء السالب كما فى شكل (أ) ، حيث يكون الشائع الوسيط والمتوسط على الجانب الأيمن لكل منهم · والتوزيع الثنائى bimodal ممكن ان يكون أحد الاثنين · ويعنى بالتماثل أن نصف التوزيع الأيسر هو صورة مطابقة تماما للنصف الايمن ·

٢ ـ الاختبارات الصعبة جدا ، ومتوسطة الصعوبة ، والسهلة ، ينتج عنها توزيع ملتوى سالب (معتدل تقريبا) وملتوى موجب على التوالى · فاذا انحرف التوزيع عن الشكل المتماثل ، فانه يكون ملتوى اما فى الاتجاه الموجب او السالب ·

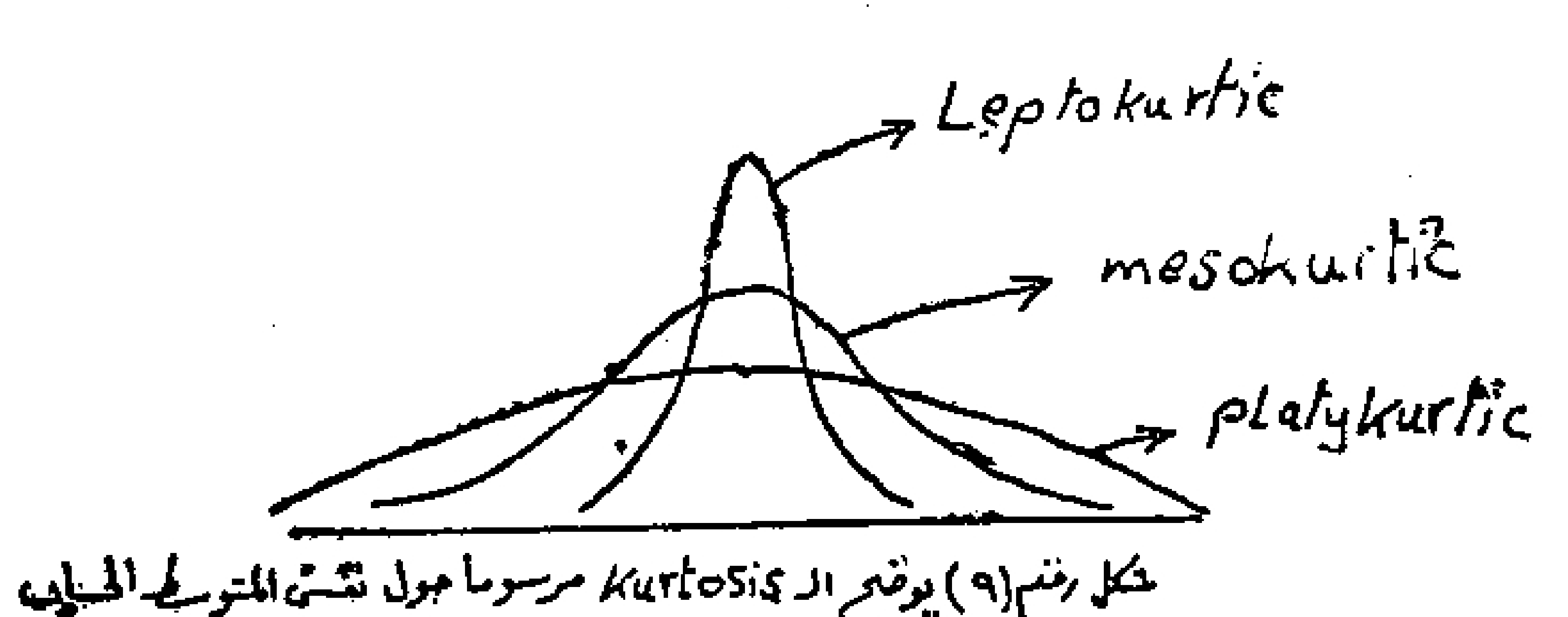
ويوضح الشكل (ب) منحنى ملتوى موجب لأن الطرف الملتوى فى الاتجاه الموجب او الأعلى · وعلى العكس فان التوزيع (أ) يوضح التواء سالب لأن الطرف يشير الى او يتجه الي الجانب المنخفض · كما هو واضح من الشكل ، فان الوسيط يقع دائما بين المنـــوال (الذى سيكون اعلى نقطة على المنحنى) وبين المتوسط · اى أن المتوسط هو اقرب المقاييس الثلاثة لطرف المنحنى ·

٣ — قياس مجموعتين مختلفتين تماما ، مثل (الرجال والســيدات) ، على متغيرات منتقاه مثل الوزن الجسمى سوف ينتج عنه توزيع ثنائى كما هو فى شكل (جـ) ٠

٤ — فى التوزيع الاعتدالى ، تتساوى قيمة المتوسط ، الوسيط ، والمنوال ٠ فى التوزيع الملتوى الموجب ، فان المتوسط له القيمة الأكبر ، يليه الوسيط ، واقلهم المنوال ٠ وفى التوزيع الملتوى السالب تعكس هذه القيم ٠ فى بعض حالات غير عادية ، فان قيمة الوسيط ربما تتســاوى قيمة المنــوال ٠

Kurtosis :

خاصية اخرى للتوزيع ، هو الدرجة التى تنحنى عندها قمتها او تتفرطح اذا كانت قمة التوزيع منحنية بحدة ، فانه يطلق عليه Leptokurtic . ويطلق على التوزيع الاعتــدالى mesokurtic اما التوزيـــع المفلطح فيطلق عليــه platykurtic ، والشكل التالى يوضح هذه التوزيعات ٠ (١ : ٥٩٨) ٠



شكل رقم(٩) يوضح الـ kurtosis مرسوما حول نفس المتوسط الحسابى

الدرجات المعيــارية :

هى تحويلات خطية لا تبدل (او لا تغير) شــكل التوزيـــع ٠ وتسمى الدرجات المعيارية ، التى لها المتوسط ، التباين ، وشكل التوزيع الاعتـــدالى المعيارى ، بدرجات اعتدالية معيارية ٠ وممكن ان نحصل على درجات اعتدالية معيارية باحدى طريقتين ٠ اذا كان التوزيع الأصلى للدرجات اعتدالى الشكل ، فان الدرجات المعيارية المحولة ستكون درجات اعتدالية معيارية ٠

أما اذا كان توزيع الدرجات ملتوى أو Kurtotic فاننا نستخدم تحويلا غير خطى لنعدل الالتــواء ، ووضع توزيع الدرجات فى شكل توزيع اعتــدالى معيــارى • (٤ : ٨٥) :

وسنذكر هنا نوعين أســاسيين من الدرجات المعيارية (Z)

(أ) الدرجات المعيارية الخطية •

(ب) الدرجات المعيارية المتننة Normalized .

(أ) الدرجات المعيارية الخطية : Linear Z — Scores

تحافظ التحويلات الخطية على الفروق النسبية بين الدرجات الخــام • ممكن ان تحول اى عضو من عائلة المنحنيات الاعتدالية بالتحول الخطى للحصول على توزيع له متوسط وتباين التوزيع الاعتدالى المعيارى • ويتم هذا بطرح متوسط مجموعة الدرجات من كل درجة ، ثم قسمة الفرق على الانحراف المعيارى للدرجــات الأصلية •

$$\text{الدرجة المعيارية} (Z) = \frac{\text{س} - \text{م}}{\text{ع}}$$

والدرجة المعيارية ببساطة هى عدد وحدات الانحراف المعيارى لدرجة خام معينة تكون اعلى أو اقل من المتوسط • بالاضافة الى ذلك ، فان الدرجــات المعيارية هى درجات مسافة حيث أن وحدة الانحراف المعيارى مسافة ثابتة خلال المقياس • وتمتاز الدرجة المعيارية عن انحراف الدرجة ، بانها لا تدلنا فقط اذا كانت درجة الطالب اعلى أو اقل من متوسط المجموعة ، لكنها تدلنا أيضا عن المسافة التى يبعدها عن المتوسط فى وحدات انحراف معيارى • ويستخدم هذا الوصف خاصة ، عندما يكون التوزيع له شكل اعتدالى •

فمثــلا :

الدرجة الخام ١٤٠ فى توزيع متوسطه يساوى ١٠٠ وانحرافه المعيارى يساوى ٢٠ سوف تقابل الدرجة المعيارية ٢ (أعلى المتوسط) • ويدل هذا على ان المتحن الذى حصل على الدرجة ١٤٠ هو ٢ انحراف معيارى اعلى متوسط اداء مجموعة المتحنين فى هذا التوزيع •

واذا حصل مختبر على الدرجة الخام ٨ فى توزيع متوسطة يســـاوى ٥ وانحرافه المعيارى يساوى ٢ فان الدرجة المعيارية تساوى ٥ر١ ٠ وهذا يدل على ان اداءه ٥ر١ وحدة انحراف معيارى اعلى المتوسط الحسابى لمجموعته ٠

مثــال :

حول الدرجات الخام الخمس التالية الى درجات معيارية ٠

الدرجات : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥

الحــل :

الأفراد	الدرجة (س)	س — م	(س — م)٢	س — م / ع	الدرجة المعيارية (Z)
ا	١	—٢	٤	—٢ / ١ر٤١٤	—١ر٤١٤
ب	٢	—١	١	—١ / ١ر٤١٤	—٧٠٧ر
حـ	٣	صفر	صفر	صفر	صفر
د	٤	١	١	١ / ١ر٤١٤	٧٠٧ر
هـ	٥	٢	٤	٢ / ١ر٤١٤	١ر٤١٤
	مج س = ١٥		١٠		

∴ م = ٣

التباين = (س — م)٢ / ن = ١٠ / ٥ = ٢

∴ ع = √ التباين = √٢ = ١ر٤١٤

هذه الدرجات المحولة لها متوسط = صفر وانحراف معيارى = ١ ٠ وهكذا، فان درجة الفرد الملاحظة عند المتوسط لها الدرجة المعيارية (Z) تساوى صفر ، وتدل الاشارة الموجبة والسالبة للدرجات المعيارية على الاتجاه فقط ، اى اعلى

او اقل من المتوسط . ويدلنا الرقم العددى على عدد الانحرافات المعيارية التى تبعد عن المتوسط .

فمثــلا :

الدرجة المعيارية (Z) = ١٫٣ تعنى أن الدرجة الخام للفرد هى ١٫٣ وحدة انحراف معيارى اعلى المتوسط .

« عندما تحول مجموعة من الدرجات الخام لها اى متوسط وانحراف معيارى الى درجات معيارية ، فان هذه الدرجات المعيارية سيكون لها متوسط = صفر وانحراف معيــارى = ١ » .

وباستخدام الدرجات المعيارية نستطيع مقارنة الدرجات داخل المجموعة الواحدة وبين المجموعات المختلفة وهذا لا توفره لنا الدرجات الخام .

فمثــلا :

اذا حصل الطالب (أ) على ١٠ اخطاء فى اختبــار اللغة وكان متوسط فصله = ٦ وانحرافه المعيارى = ٣ . بينما حصل الطالب (ب) فى فصل آخر على نفس الامتحان على ٨ أخطاء وكان متوسط فصله = ٦ وانحرافه المعيارى = ١ اى الدرجتين أفضل ؟ لابد من تحويل الدرجات الخام الى درجات معيارية حتى نستطيع أن نقارن بين الدرجتين .

$$\therefore \text{الدرجة المعيارية للطالب (أ)} = \frac{١٠ - ٦}{٣} = \frac{٤}{٣} = ١٫٣$$

$$\text{الدرجة المعيارية للطالب (ب)} = \frac{٨ - ٦}{١} = \frac{٢}{١} = ٢$$

نرى ان الطالب (ب) اداؤه أردأ نوعا بالنسبة لباقى فصلــه عن أداء الطالب (أ) . على الرغم من أن اداءه يزيد بخطئين عن أخطاء الطالب (ب) .

وممكن ان تستخدم الدرجات المعيارية لحساب المتوسط الوزنى لدرجات لختبار ، حيث تختلف الاختبارات فى مدى امكانية تغيرها . لنفرض اننا نرغب فى اعطاء وزن متساو للاختبارات الثلاثة الأولى ، واعطاء الاختبار الرابع ضعف

وزن الاختبارات الأخـــرى ٠ ولكى نحصــــــل على متوسط اداء كل طالب على الاختبارات الأربعة نتبع الآتى :

تحسب الدرجات المعيارية على حدة لكل اختبار ٠ ثم نجمع الدرجات المعيارية للاختبارات الثلاثة الأولى + ضعف الدرجة المعيارية للاختبار الرابع ثم قسمة الناتج على مجموع الأوزان ٠

(وزن من ١ لكل من الاختبارات الثلاثة الأولى، ووزن من ٢ للاختبـــار النهـــائى) ٠

اى ان :

$$\text{المتوسط الوزنى} = \frac{Z_4 + Z_3 + Z_2 + Z_1}{5} \quad (\text{٤ : ٨٢})$$

نستخلص مما سبق انه لايجاد اى نقطة او درجة فى وحدة توزيع اعتدالى، يجب أن نحول أولا الدرجات الخام الى درجات معيارية ٠ ثم بالرجوع لجدول مساحات وحدة المنحنى الاعتدالى لنستدل على مساحة المنحنى التى تقع بين المتوسط وبين هذه الدرجـــة المعيارية ٠ وتدل مساحة العمود فى الجدول على المساحة تحت وحدة منحنى اعتدالى بين المتوسط والدرجة المعيارية المحددة ٠

وهكذا ، فان الدرجة المعيارية ٣٢ر تدل على نسبة من ١٢٥٥ر أو ٥٥ر١٢٪ من مساحة المنحنى التى تقع بين المتوسط وبين هذه الدرجة المعيارية ٠ وحيث أن المنحنى متماثل ، فان نسبة ٥٥ر١٢٪ من مساحة المنحنى تقع أيضـــا بين الدرجة المعيارية ـــ٣٢ر والمتوسط ٠

« لكى نستخدم جدول وحدة المنحنى الاعتدالى ، الذى له متوسط من صفر وانحراف معيارى من ١ ، يجب ان نحول أولا الدرجات الخام الى درجات معيارية ، والتى متوسطها = صفر وانحرافها المعيارى = ١ أيضا » ٠

وبالتحويل الى الدرجات المعيارية ، ممكن ايجاد المساحة بين أى درجتين فى التوزيع الاعتدالى ٠ مع ذلك ، يجب أن نكون حذرين فى حساب المساحة اذا كانت الدرجات على نفس الجانب أو فى الجانب العكس من المتوسط ٠

وسنوضح هذه النقطة بالمثالين التـــاليين :

مثـــال :

لنفرض أن لدينا مجموعة من الدرجات موزعة توزيعا اعتداليا وكان متوسط التوزيع ٧٠ ، والانحراف المعيارى = ٦ · ما هو جزء المساحة من التوزيع التى تقع بين الدرجات ٧٣ ، ٧٨ ؟

الحــل :

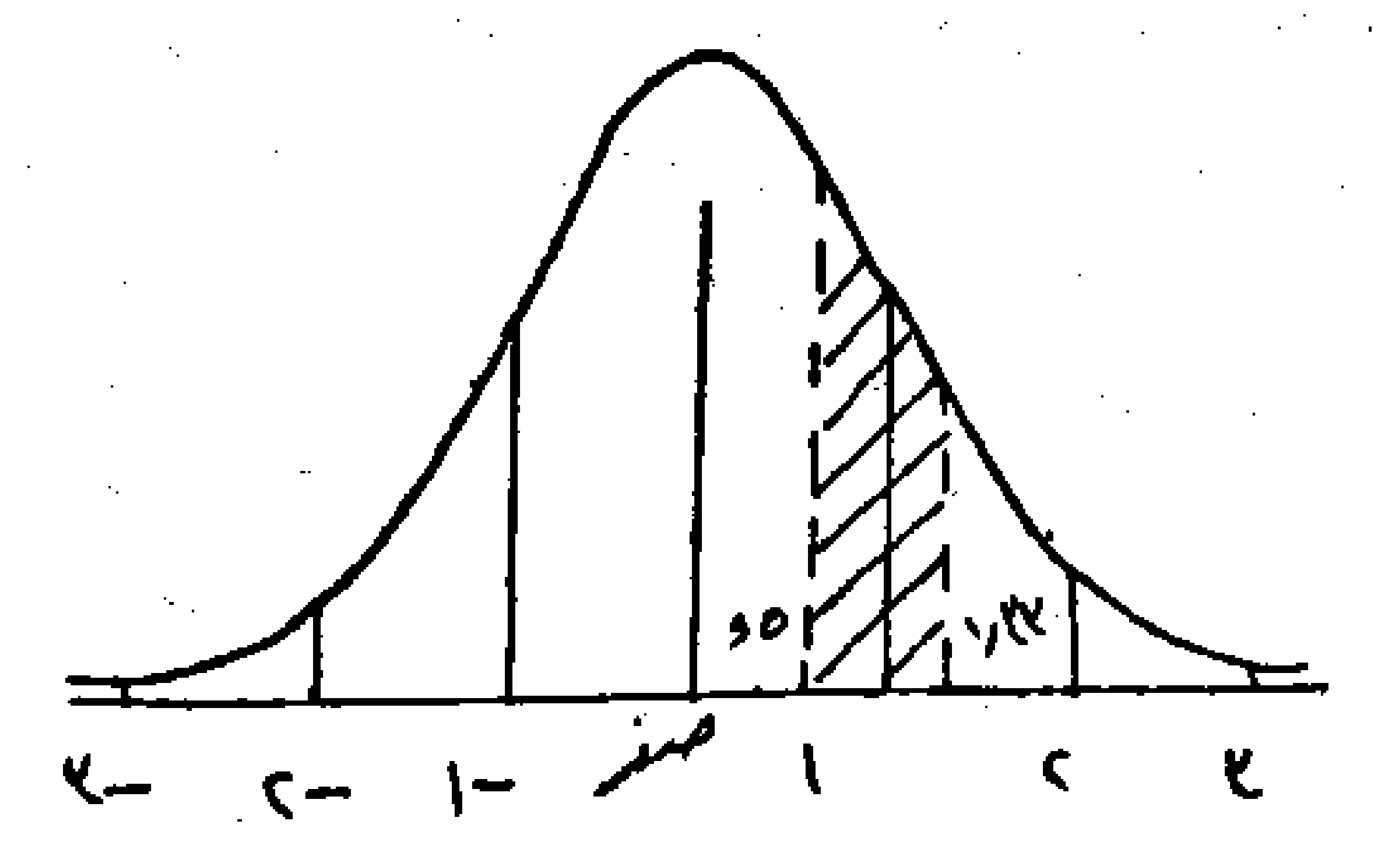
بتحويل الدرجات ٧٣ ، ٧٨ نحصل على الدرجات المعيارية ٥ر ، ١ر٣٣ على التــوالى ·

وقيم المساحة المقابلة من الجدول هى : ١٩١٥و للدرجة المعيارية ٥و ، ٤٠٨٢و للدرجة المعيارية ١ر٣٣ ·

وهذه هى المساحات بين المتوسط والدرجات المعيارية · وحيث أن كلا من هاتين الدرجتين تقعان على نفس جانب المتوسط ، فاننا نطرح المساحة الأصغر من المساحة الأكبر لنحدد المساحة بين النقطتين ·

∴ جزء المساحة بين الدرجات الخام ٧٣ ، ٧٨ = ٤٠٨٢ر — ١٩١٥ر = ٢١٦٧ر أو يســاوى تقريبا ٢٢٪ من التوزيع ·

والشكل البيانى التالى يوضح هذا المثال · (٣ : ٤٤) ·



شكل رقم (١٠) يوضح المســاحة بين الدرجات المعيارية ٥ر ، ١,٣٣ لمجموعة درجات موزعة إعتداليا ·

مثـــال ٢ :

نفرض أن لدينا مجموعة من ١٥٠ درجة موزعة أعتداليا ، متوسطها ٨٥ وانحرافها المعيارى = ٨ . ما هو عدد الدرجات التى يتوقع أن تقع بين ٨٣ ، ٩١ ؟

الحـــل :

نحول الدرجات الخام ٨٣ ، ٩١ الى درجات معيارية .

∴ الدرجة المعيارية للدرجة الخام ٨٣ = $\frac{٨٣ - ٨٥}{٨}$ = $\frac{-٢}{٨}$ = — ٢٥و

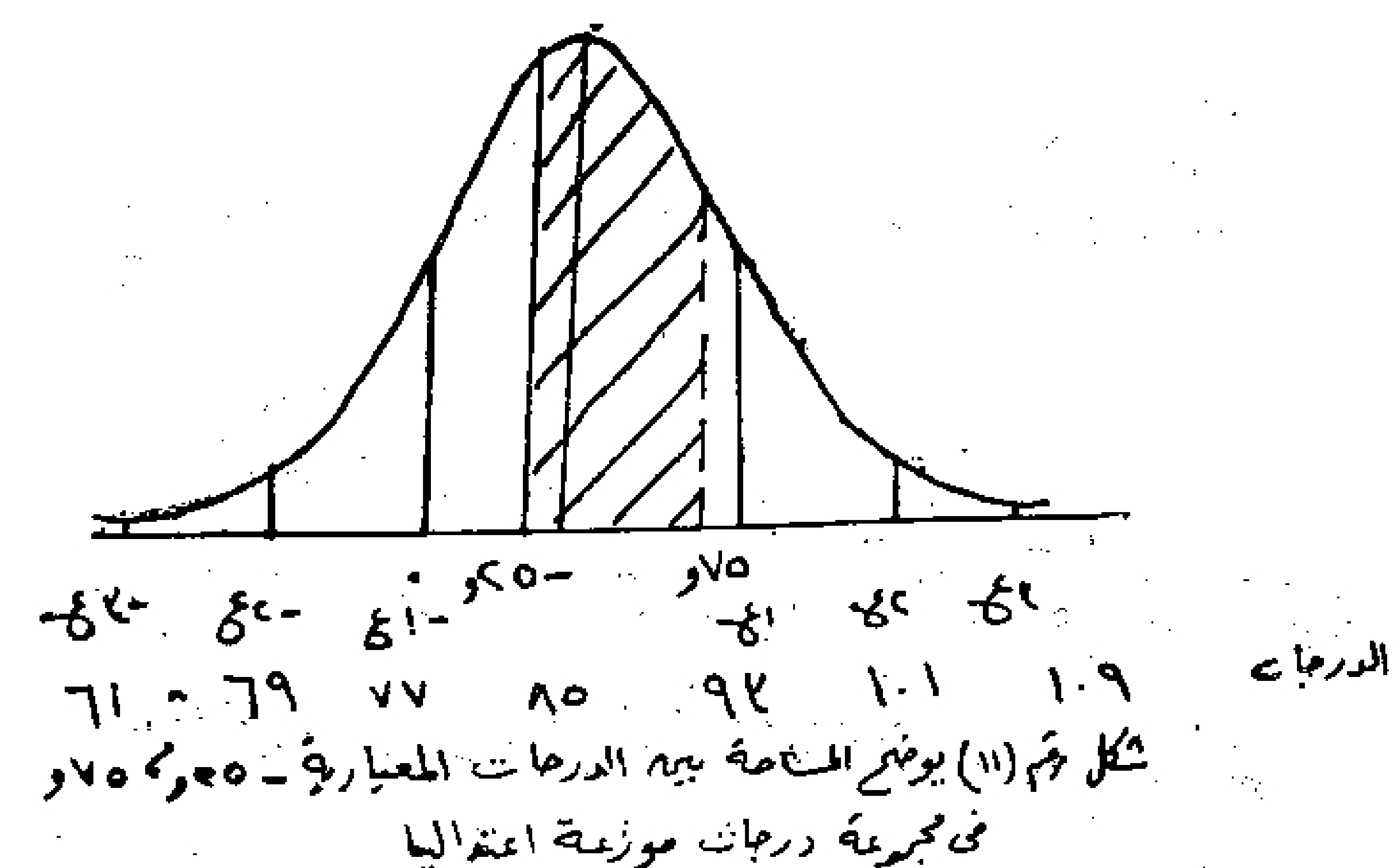
الدرجة المعيارية للدرجة الخام ٩١ = $\frac{٩١ - ٨٥}{٨}$ = $\frac{٦}{٨}$ = ٧٥و

باستخدام الجدول السـابق نجد أن المسـاحة بين المتوسط والدرجة المعيارية ـــ ٢٥ر = ٠٩٨٧ر .

والمســاحة بين المتوسط والدرجة المعيارية ٧٥ر = ٢٧٣٤ر وحيث أن الدرجات تقع على جوانب مختلفة من المتوسط ، فاننا نجمع المساحات ، فنحصل على ٣٧٢١ر كجزء من المساحة المتضمنة بين النقطتين .

ولتحديد عدد الدرجات التى نتوقع ان نجدها بين هاتين النقطتين ، نضرب ١٥٠ (العدد الكلي للدرجات × ٣٧٢١ر = ٨ر٥٥ أو ٥٦ درجة تقريبا) .

والشكل التالى يوضح توزيع الدرجات والمساحة (٣ : ٤٥) .



شكل رقم (١١) يوضح المساحة بين الدرجات المعيارية -٥٠ر٠ ، ٧٥ر٠ في مجموعة درجات موزعة اعتداليا

واستخدام وحدة التوزيع الاعتدالى لا تكون ملائمة فقط ، لكنها ضرورية ، فمثلا ، لنفرض انه اجرى اختبار للقلق على فرد وحصل على الدرجة ٧٠ ٠ ماذا تعنى هذه الدرجة ؟

بالنسبة للقياس جماعى المرجـــع لا تدلنا على شىء ، لكن اذا علمنا ان المتوسط والانحراف المعيارى يساوى ٥٠ ، ١٠ على التوالى ، فاننا نقول ان الدرجة كانت ٢ انحراف معيارى اعلى المتوسط ٠ وهذه المعلومة الاضافية تكون محدودة نوعا ما حتى نعلم أن درجات القلق كانت موزعة اعتداليا ٠

وبالرجوع الى الجدول السابق ، نجد أن ٧ر٩٧ ٪ تقريبا من درجات القلق الموزعة تكون أسفل الدرجة ٧٠ ٠

وتستخدم وحدة التوزيع الاعتدالى لكى تفسر الدرجات التى يحصـــل عليها ٠ لاختبارات القدرات العامة والقدرات العقلية الخاصة ، مثلها مثـــل درجات الأداء على اختبارات التحصيل ، تعطى توزيعات عامة للدرجات تكون قريبة جدا من التوزيع الاعتـــدالى ٠

(ب) الدرجات المعيارية المقننة : Normalized Z – Scores

يحدث أحيانا أن يكون شكل توزيع الدرجة الخام غير اعتدالى (مثل ، ملتوى موجب) • لكننا نعلم أن مقياس السمة موزعة اعتداليا فى المجتمع • ولكى تستخدم طرق نظرية الاختبار الاعتدالية فى تفسير درجة الفرد ، نحصل عمليا (أو تجريبيا) على توزيعات من هذا النوع المقنن normalized بمعنى ، تحول التوزيعات الغير خطية الى اعتدالية normality ، وهى تحويلات خطية •

ملحـــوظة :

عندما نقيس متغيرا موزعا اعتداليا فى المجتمع ، فان توزيع الدرجة غير الاعتدالى للعينة ربما يعكس قصور أو نقص فى الاختبار أو عدم التمثيل الجيد فى عينة المختبرين •

الدرجـــات التائيـــة : T — Scores

للدرجة المعيارية (Z) لها عيبان همـــا :

(أ) نصف الدرجات تكون سالبة •

(ب) يعبر عن الدرجات ككسر عشرى •

ولحذف هذين العيبين ، ممكن أن نحول الدرجات المعيارية الى مجموعة من الدرجات بمتوسط وانحراف معيارى مختلف • مثل هذا التحويل هو التحويل الى الدرجة التـــائية •

ومفهوم مقياس الدرجة التائية اقترحه فى الأصل (١٩٣٩) William A. McCall (١ : ٦٠٥) • والدرجات المحولة الى درجات تائية لها متوسط من ٥٠ وانحراف معيارى من ١٠ • ويحذف هذا عادة الدرجات الســـالبة ، والكسور العشرية • وتحسب الدرجات التائية بسهولة بواسطة ضرب الدرجة المعيارية × ١٠ واضـــافة ٥٠ •

أى أن معادلة تحويل الدرجات المعيارية الى الدرجات التائية (ت) هى :

ت = ٥٠ + ١٠ × الدرجة المعيارية •

أو ت = أ + ب × (الدرجة المعيارية) •

حيث ب = القيمة الثابتة المستخدمة للانحراف المعيارى الجديد ٠

ا = القيمة الثابتة المستخدمة للمتوسط الجديد (٣ : ٤٦) ٠

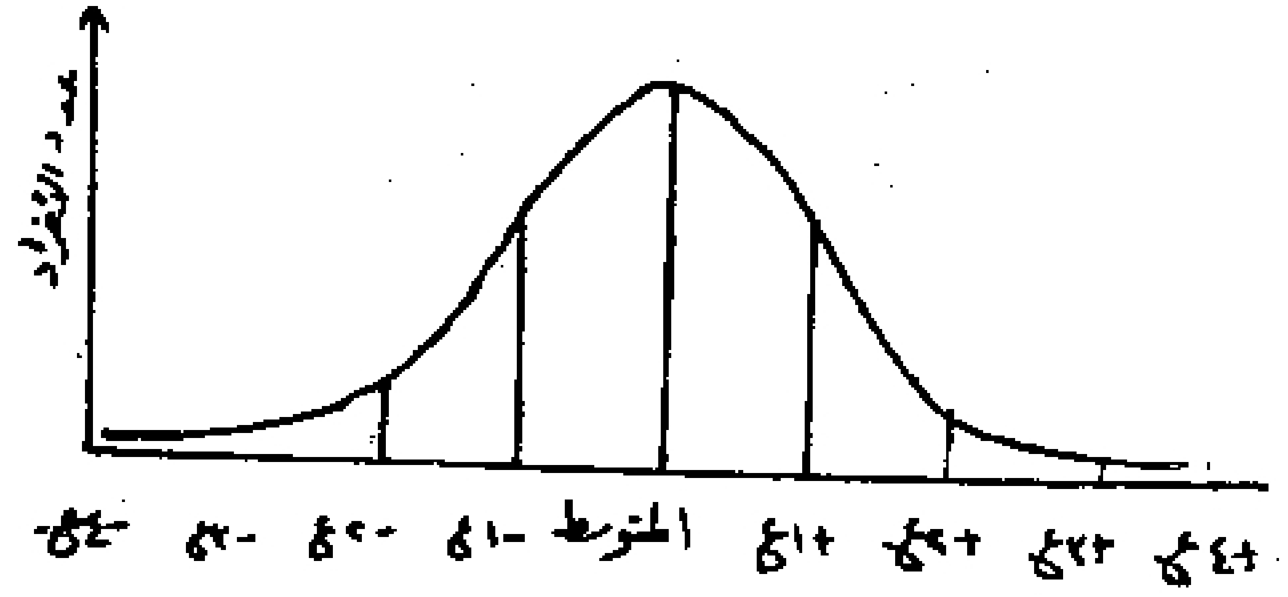
وعلى ذلك ، فان قيم Z = ١ تقابل ت = ٦٠

Z = ٢ تقابل ت = ٧٠

Z = ــ ٥ر١ تقابل ت = ٣٥ وهكذا ٠

بينما تطبيق هذه المعادلة ينتج نتيجة بها كسر عشرى (مثـــال (Z) = ــ ٢٣ر١ تقابل ت = ٧ر٣٧) ، فان قيمة ت تسجل بعد تقريبها الى العـــدد الصحيح أي = ٣٨ تقريبا ٠ وحيث أن درجات ت تسجل الى اقرب عــــدد صحيح ، واشارتها موجبة ، فانها تفضل عن الدرجات المعيارية ٠

والشكل التالى يوضح العلاقات بالنسبة للانواع المختلفة لدرجات الاختبار فى توزيع اعتـــدالى (٥ : ٥٧) ٠



درجة الاختبار

الدرجة المعيارية (Z)

-٤ -٣ -٢ -١ صفر +١ +٢ +٣ +٤

الدرجة التائية (ت)

١٠ ٢٠ ٣٠ ٤٠ ٥٠ ٦٠ ٧٠ ٨٠ ٩٠

شكل رقم (١٢) يوضح المقارنة بين الدرجة المعيارية والتائية فى توزيع اعتدالــــى

مثـــال :

حـــول الدرجات المعيارية الآتية الى درجات تائية ٠

الدرجات المعيارية : ٦٤ر١ ، ٨٤ر ، ٣٦ر ، ــ ٢٨ر ، ــ ٠٩ر١ ، ــ ٧٨ر١

الحـــل :

الدرجة المعيارية (Z)	الدرجة التائية (ت) ٥٠ + ١٠(Z)
١ر٦٤	٦٦ر٤
ر٨٤	٥٨ر٤
ر٣٦	٥٣ر٦
ـــ ر٢٨	٤٧ر٢
ـــ ١ر٠٩	٣٩ر١٠
ـــ ١ر٧٨	٤٢ر٢٠

والطريقة المباشرة لحساب الدرجات التائية من الدرجات الخام طويلة ومعقدة ، ولكن يوجد عدد من الجداول الخاصة لتحويل الدرجات الى درجات تائيـــة .

والدرجات التائية لها قيمة خاصة ، حيث أنها تحول الدرجات المعيارية باشاراتهم الموجبة أو السالبة والأجزاء العشرية فى مقياس من اعداد صحيحة من صفر الى ١٠٠ وحدة . فمثلا وجدنا أن الدرجة المعيارية ـــ ٥ر١ تقـــابل ٧٥ درجة تائية والدرجة المعيارية ٥ر٢ تصبح ٧٥ وهكذا ...

تحويلات المســـاحة : Area transformations

اذا تغير شكل توزيع الدرجات كنتيجة للتحويل ، فانه يحصـــل على الدرجات الناتجة من تحويل المساحة . ولا تحافظ عامة تحويل المســـاحة على الفروق النسبية بين الدرجات الخام . ومن تحويلات المساحة : المئينيات والرتب المئينية ، المعايير المئينية ، معايير الدرجة المئينية ، معايير الســـن ، معايير للفرقة الدراسية . وسنتناول بالتفصيل المئينيات .

المئينيـــات : Percentiles

يمكن التعبير عن درجة الاختبار كمئينى (قياس ترتيبى) عن طريق وصف موضعها النسبى بالنسبة لمجموعة من الدرجات . ويجب أن يتم تمييز واضح

بين المئينيات والرتب المئينية Percentile Ranks ٠ وكما رأينا ، فان المئيني هو العدد الذى يمثل نسبة الدرجات التى تزيد عن درجة خام معينة ٠ ويحصل عليها بواسطة حساب عدد الدرجات التى تزيد عنها درجة معينة ثم قسمة هذا الرقم على العدد الكلى للدرجات والضرب × ١٠٠ ٠

فاذا كان لدينـــا ٢٠ درجة كالتـــالى :

٩٥ — ٩٣ — ٩١ — ٩٠ — ٨٩ — ٨٥ — ٨١ — ٨١ — ٧٨ — ٧٧ —
٧٥ — ٧٥ — ٧٤ — ٧٢ — ٧١ — ٧٠ — ٦٩ — ٦٥ — ٦٤ — ٦٠ —

فان الدرجة ٨٩ تكون أعلى من ١٥ درجة من العشرين درجة ٠

وبقسمة $\frac{١٥}{٢٠}$ × ١٠٠ نحصل على ٧٥ ٠ وهكذا ، فان الدرجة ٨٩ تكون عند المئينى الـــ ٧٥ ٠

والآن اذا أعطينا نفس الاختبار لفصل آخر من ٢٠ طالب وحصلنا على الدرجات التـــالية :

٩٨ — ٩٧ — ٩٥ — ٩٤ — ٩٤ — ٩٣ — ٩٢ — ٩١ — ٩١ — ٨٩ —
٨٨ — ٨٦ — ٨٥ — ٨٣ — ٨١ — ٨٠ — ٨٠ — ٧٩ — ٧٧ — ٧٧ —
٧٥ ٠

فان الدرجة ٨٩ نفسها فى هذه المجموعة تزيد بـــ ١٠ فقط من العشرين درجة ٠ وهذا يمثل المئينى الخمسين ٠

ويوضح هذا الشرح انه من الصعب تفسير درجة لختبار على أســـاس مطلق ، ومن الأجدى تفسير الدرجات بالنسبة لدرجات أخرى ٠

اى ان المئينى هو الدرجة الخـــام ، التى يقع أسفلها نسبة مئوية من الدرجات ٠ بينما الرتبة المئينية هى النسبة المئوية للحالات أسفل هذه النقطة ٠

فمثلا ، اذا كان ٨٤ ٪ من الأفراد فى مجموعة ما تقع أسفل الدرجة ١١٥ ، فان الـــ ١١٥ هى المئينى الـــ ٨٤ ٠

والرتبة المئينية للدرجة ١١٥ هى ٨٤ ٠ ولربط هذا بنتيجة الاختبار ،

نقول ببساطة ، « ان درجتك عند المئينى الـــ ٨٤ ، فهذا يعنى ان ٨٤٪ من الأفراد فى المجموعة درجتهم اقل عنك » .

« المئينى هو نقطة تقدير تقع تحتها نسبة معينة من الدرجات . للرتبة المئينية هو قيمة محولة تقابل النقطة المئينية . بهذا المفهوم ، المئينى هو قيمة على المقياس الأصلى للقياس ، والرتبة المئينية هو قيمة على المقياس المحول » .

توزيع للرتب المئينية ، توزيع للدرجات المحولة ، يكون مستطيلا (يسمى توزيع منتظم أو متناسق Uniform ، ولذلك فان المســافة بين اى رتبتين مئينيتين متجاورتين تحتوى ١ ٪ من المساحة . وحيث اننا نتعامل مع توزيع الدرجات الملاحظة والتي توزيعها ليس مستطيلا ، فان التحـــويل الى الرتب المئينية ينتج عنه تغير فى المسافة النسبية بين الدرجات . فمثلا ، لذا حولنا مجموعة درجات خام موزعة اعتداليا الى رتب مئينية ، فانها تاخذ مســـافة درجة خام اقل لكى تشمل ١ ٪ من المساحة القريبة من متوسط التوزيع عما تاخــذه عند الأطراف .

فنحن نرى أن الفرق بين الرتب المئينية ٥٠ ، ٥٥ فى التوزيع الاعتدالى لمجموعة من الدرجات يكون حوالى ١٣و لها انحراف معيارى واحـــد . وعلى العكس ، فان الفرق بين الرتب المئينية ٩٠ ، ٩٥ تكون حوالى ٣٦و تقريبا . لها انحراف معيارى واحـــد .

ويعتبر هذا عيبا لاستخدام المئينيات والرتب المئينية . لأنه مع التوزيع الاعتدالى للدرجات الخام ، فان فروق الدرجة الخام القريبة من متوسط التوزيع تنتج عنها فروق أكبر فى الرتب المئينية ، بينما فروق الدرجة الخام القريبة من أطراف التوزيع تنتج عنها فروق اصغر فى الرتب المئينية .

وهكذا ، فان التشويه فى التحويل من الدرجات الخام الى الرتب المئينية ، لا يبقى على الفرق النسبى بين الدرجـــات كنتيجة لهـــذا التحريف ، فانه من المناسب ان نهمل الفروق الكبيرة نسبيا فى الرتب المئينية فى منتصف التوزيع الاعتدالى لمجموعة درجات خام ، ونلتفت الى الفروق الأصغر نسبيا فى الرتب المئينية عند الأطراف لمجموعة درجات خام موزعة اعتداليا .

« الرتبة المئينية ملائمة جدا لسهولة تفسير درجات الاختبار ، خاصة للافراد غير المتخصصين مع ذلك ، فهناك عيبين للتوزيعات الاعتدالية :

١ — تعكس الفروق الكبيرة فى الرتب المئينية فى منتصف التوزيع فروق درجة خـــام صغيرة .

٢ — تعكس الفروق الصغيرة فى الرتب المئينية عند أطراف التوزيع ، فروق درجة خام كبيرة .

المعـــايير :

ان الغرض الهام لتحويل توزيع درجات الاختبار هو تفسير الدرجـــات واعطاء بعض المعنى لها . وكما راينا ، فان الدرجة الخام ومثيلاتها النسبة المئوية ليس لها فى ذاتها معنى أو دلالة . فالدرجة الخام تعجز عن اعطاء أى تفسير . وهكذا ، لا يكون للدرجة الخام ولا للنسبة المئوية دلالة فى حد ذاتها بل تحتاج الى معيار يكسبها معنى .

ولذلك كان لابد من تحويلها حتى تصبح ذات دلالة للحاصل عليها . وتلك الدرجات المحولة هى التى نقصدها عند الكلام عن المعايير . وتخدم المعـــايير غرضين : —

١ — فهى تحدد مركز الفرد بالنسبة لعينة التقنين .

٢ — تمكننا من مقارنة مركز الفرد على مقياس بمركزه على غيره .

اى ان المعايير هى ملخصات للاحصاء الذى يشرح أداء المختبرين فى مجموعة مرجعية على الاختبار موضع الاعتبار ويقصد بالاختبار هنـــا ، نـــوع من أداة القيـــاس .

تمارين :

١ — حول الدرجات الخام الآتية الى درجات معيارية :

٥٨ ، ٥٢ ، ٤٣ ، ٥٩ ، ٤٩ ، ٤١ ، ٤٠ ، ٤٨ ، ٥٠ ، ٥١ .

٢ — اذا كان المتوسط والانحراف المعيارى لثلاث مواد مختلفة كالآتى

(أ) $م_1$ = ٦٠ ، $ع_1$ = ١٢

(ب) $م_2$ = ٤٨ ، $ع_2$ = ٥

(جـ) $م_3$ = ٥٦ ، $ع_3$ = ٧

فاذا حصلت شيرين على الدرجة ٧٢ فى المنهج (أ) ، وحصل احمد على الدرجة ٦٨ فى المنهج (ب) ، وحصل عمرو على الدرجة ٧٧ فى المنهج (جـ) . أى طالب اداؤه أفضل نسبيا فى المناهج الثلاثة ؟

٣ — الجدول التالى يوضح المتوسط الحسابى والانحراف المعيارى لأربع اختبارات :

	الاختبار (أ)	الاختبار (ب)	الاختبار (جـ)	الاختبار (د)
المتوسط	٧٣	٦٠	٨١	٩٢
الانحراف المعيارى	٥	١٢	٧	٤

وكانت درجات شيرين واحمد وعمرو على كل اختبارات كالآتى :

	(أ)	(ب)	(جـ)	(د)
شيرين	٨٠	٨٤	٨٨	٩٦
احمد	٩٠	٦٠	٦٠	٨٤
عمرو	٤٠	٤٨	٩٥	١٠٠

واعطيت للاختبارات الأوزان التالية : الاختبار (أ) وزن من (١) الاختبار (ب) وزن من (٢) ، الاختبار (جـ) وزن من (٣) ، والاختبار (د) وزن من (٤) . أى طالب من الثلاثة أداؤه افضل فى هذا المنهج ؟

الفصل السادس

الارتبـــاط

التباين المتلازم (أو التلازمى)

COVARIATION

ناقشنا فى الفصول السابقة توزيعا واحدا . ولقد شرحنا التوزيع وحددنا مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت . وسنتناول الآن توزيع متغيرين ، أى التوزيع الثنائى . أى أن اهتمامنا فى هذا الجزء سيتحول الى تحليل البيانات التى لها أكثر من متغير والارتباط ، أو العلاقة التى توجد بين متغيرين أو أكثر . عادة يتم تحليل متغيرين ويحددوا بالمحور الأفقى س والرأسى ص . وعندما تحدثنا عن المتغير الواحد ، رسمنا مضلعه التكرارى فى بعدين أما عند مناقشة التوزيع الثنائى bivariate فنجد أنه يحدث فى ثلاث أبعاد .

مثال :

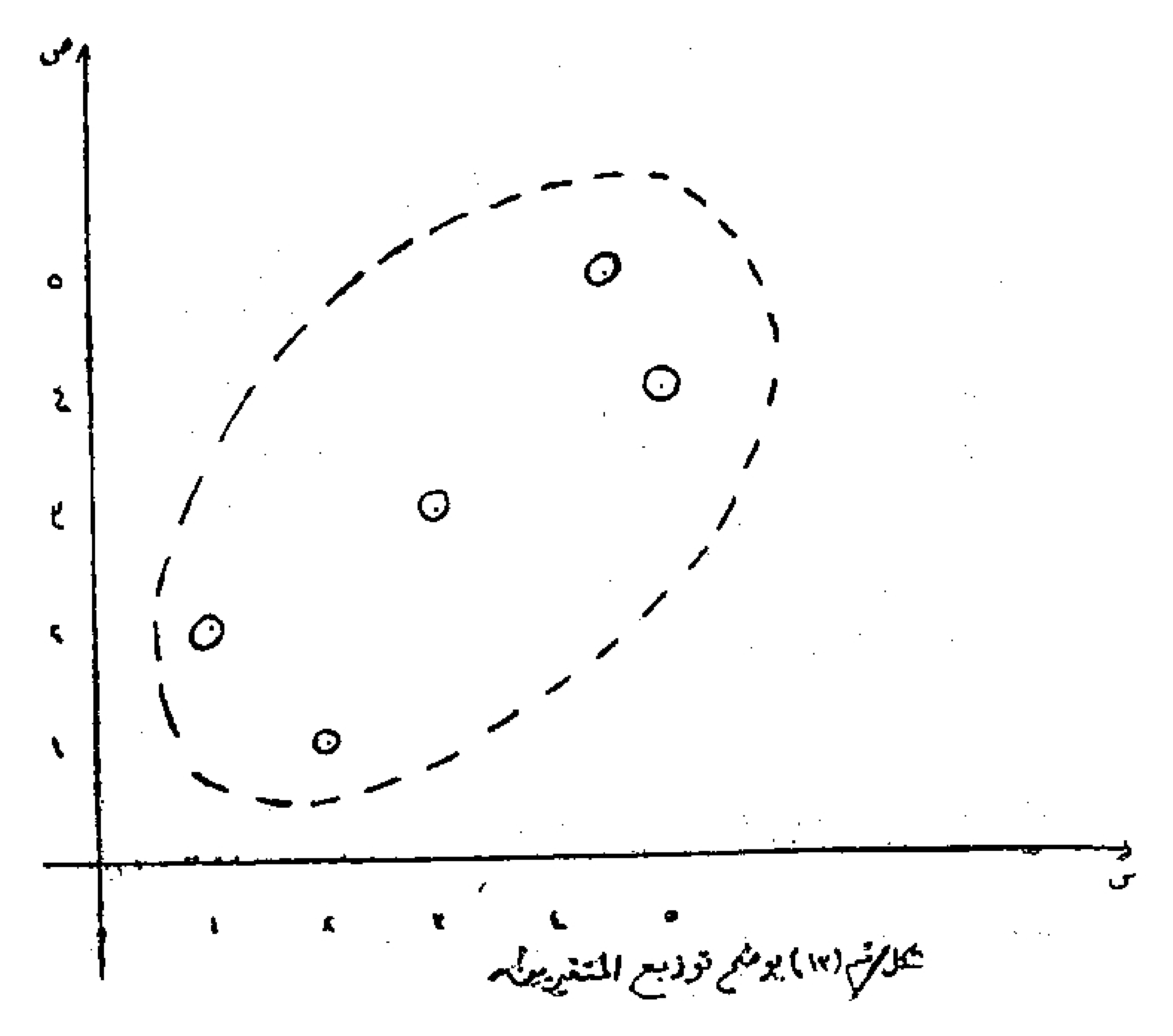
الجدول التالى يوضح توزيع درجات ٥ أفراد على متغيرين منفصلين س ، ص .

الأفراد	الدرجة (س)	الدرجة (ص)	($س - م_1$)	($ص - م_2$)
أ	١	٢	٢-	١-
ب	٢	١	١-	٢-
جـ	٣	٣	صفر	صفر
د	٤	٥	١	٢
هـ	٥	٤	٢	١

مجـ س = ١٥   مجـ ص = ١٥

$م_1$ = ٣ $م_2$ = ٣

والشكل التالى يمثل توزيع المتغيرين :



شكل رقم (١٢) يوضح توزيع المتغيرين

وحدد مركز الأفراد بواسطة الاحداثيات المحددة بواسطة مقاييس القياس للمتغيرين س ، ص ٠

فمثلا ، تحدد الاحداثيات للفرد أ عند س = ١ ، ص = ٢ ٠ وبالنظر للشكل السابق نلاحظ اتجاها لتوزيع ثنائي يتجه بحيث ان الدرجات المرتفعة على س مرتبطة مع الدرجات المرتفعة على ص ، والدرجات المنخفضة على س مرتبطة مع الدرجات المنخفضة على ص ٠ فمثلا ، الأفراد د ، هـ لهما درجات انحراف موجبة على كل من المتغيرين س ، ص ٠ والأفراد أ ، ب لهما درجات انحراف سالبة على كل من المتغيرين س ، ص ٠ فاذا اتجه الأفراد الى أعلى أو أسفل المتوسط على كلا المتغيرين ، فاننا نقول أن هناك تباين متلازم ٠ Covariation في درجاتهم ٠

ويحدد التباين المتلازم لـ س ، ص كالآتي :

$$\text{التباين المتلازم} = \frac{\text{مج ح س ح ص}}{\text{ن}}$$

ويدل مج ح س ح ص على التلازم Covariance اى هو متوسط حاصل ضرب انحراف مجموعتين من الدرجـــات ٠

ويلاحظ أن انحراف الدرجة لشخص ما على المتغير س تضرب فى انحراف الدرجة لنفس الشخص على المتغير ص ٠ وعلى ذلك يمكن تعريفه كالآتى :

« التلازم هو متوسط حاصل ضرب انحراف الدرجات لمتغيرين » ٠

وهو يفيدنا فى توضيح العلاقة ، لكن تفسيره ليس سهلا مثل معـــامل الارتبـــاط ٠

مفهـــوم الارتبـــاط الخطى : —

احد المهام الرئيسية للعلوم هو تحليل العلاقات البينية Interrelations للمتغيرات ٠ وتساعد الدراسات الارتباطية فى الحصول على أوصاف الظـــاهرة بمحاولة تحديد الدرجة التى يرتبط بها متغيران والى اى مدى يؤثر التغير فى متغير على المتغير الآخر ٠ ويدرس عالم الفيزياء العلاقة بين درجة الحرارة والضغط للغاز بان يغير درجة حرارة الأول ليحدد الضغط عند درجات حرارة مختلفة ٠ وفى العلوم الاجتماعية ، وأحيانا فى العلوم البيولوجية ، تتعلق المتغيرات التى تدرس بخواص الأفراد ٠ ويهتم المعلمون بصفة خاصة بالعلاقات ٠ فمثلا ، ربما يرغب المدرس فى معرفة العلاقة بين الذكاء والسلوك المقـــاوم (أو المعـــارض recalcitrant) للتلاميـــذ ، وما هى العـــوامل أو الشروط المرتبطـــة بالتدريس الناجح ؟ ، أو ما هى نواحى السلوك التى تعتبر المنبىء الأفضل للاداء المقبل ٠ ومن أجل تحديد الاجابات لهذه الأسئلة فان المعلم يجب ان يختبر كل أنواع العلاقات ٠ ولدراسة العلاقات يضطر الباحث ان ياخذ قياسات على أفراد عـــديدين ٠

فمثلا ، اذا اخذنا فى الاعتبار متغيرين مثل الوزن والطول ، فان قياس الطول

والوزن لـ ن من الأفراد ينتج عنه ن من أزواج الملاحظات والتى عن طريقها يمكن تحديد اذا كان المتغيران يختلفان معا • ومن المهم تحديد صورة العلاقة (رياضيا) والدقة التي يمكن بواسطتها عمل التنبؤات •

وابسط الصور الرياضية تعبيرا عن العلاقات هي :

ص = ا + ب س •

حيث س ، ص تدل على المتغيرات ، ا ، ب ثوابت تحدد من الملاحظات • ويمكن تحديد دقة التنبؤ ، ومن الملائم أن يكون لدينا بعض المقاييس العامة لهذه الدقة • أحد هذه المقاييس التى يمكن حسابها والتى تعطى معلومة بالنسبة لدرجة الدقة ودرجة العلاقة هو مقياس معامل الارتباط ، ويرمز له بالرمز (ر).

ولا يدلنا مقياس العلاقة هذا ، على درجة العلاقة فقط ، انما يدلنا أيضا على اقتران المتوسطين والانحرافين المعياريين ويسمح لنا بكتابة المعادلة الخطية لتنبؤ س من ص أو ص من س •

وعلى الرغم من أن الارتباط لا يتضمن معنى السببية ، الا أنه اداة مفيدة لعمل التنبؤات • فالارتباط يوضح العلاقة بين متغيرين ، فهو يدلنا على مدى ارتباط متغيرين ، أو المدى الذى يحدثانه معا •

فمثلا :

العلاقة بين متغيرات الطول والوزن ، القوة والسن ، الذكاء والمستوى الاجتماعى ، الاستعدادات •••

ويمكن ذكر السؤال الخاص بالعلاقة بين متغيرات من هذا النوع كالآتى :

هل هناك اتجاه للفرد الذى تقديره مرتفع (أو منخفض) على صفة لأن يكون مرتفعا أو منخفضا على صفة أخرى أيضا ؟ ويجب أن نذكر أن العلاقات تتضمن متغيرا واحدا فقط •

هل أطوال الأبناء ترتبط مع أطوال آبائهم ؟ هل نسب ذكاء الراشدين تنتمى الى نسب ذكائهم فى الطفولة ؟

معنى الارتبـــاط واهميته : ـــ

نرى مما سبق ، أن الارتباط فى معناه العلمى الدقيق هو التغير الاقترانى • أو بمعنى آخر ، هو النزعة الى اقتران التغير فى ظاهرة بالتغير فى ظاهرة أخرى •

ويقاس هــذا الاقتران بمعاملات الارتبـــاط التى تهدف الى قيـــاس الاقتران القائم بين اى ظاهرتين قياسا علميا احصـــائيا دقيقا • وهكذا فان معـــامل الارتباط يلخص البيانات العددية لأى ظاهرتين فى معـــامل واحـــد ، كما كانت مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت تلخص البيانات العددية للظواهر الاحصـــائية المفردة •

وقد يكون هذا التغير الاقترانى ايجـــابيا مثل زيادة طول عمود من الحـــديد تبعا لزيادة درجـــات الحرارة •

وتنتج الارتباطات الموجبـــة عنـــدما يحصل الأفراد على درجـــات مرتفعة على المتغير الأول ويحصلون أيضا على درجات مرتفعة على المتغير الثانى • كذلك اذا حصل الأفراد على درجات منخفضة فى المتغير الأول وعلى درجات منخفضة فى المتغير الثـــانى •

فمثـــلا ، الارتبـــاط الموجب بين الطول والوزن يعنى ان هؤلاء الأفـــراد الذين أعلى من المتوسط فى الطول يكونون أيضا اعلى من المتوسط فى الوزن ، وان هؤلاء الذين يكونون اقل من المتوسط فى الطول يكونون بالمثل اقـــل من المتوسط فى الوزن •

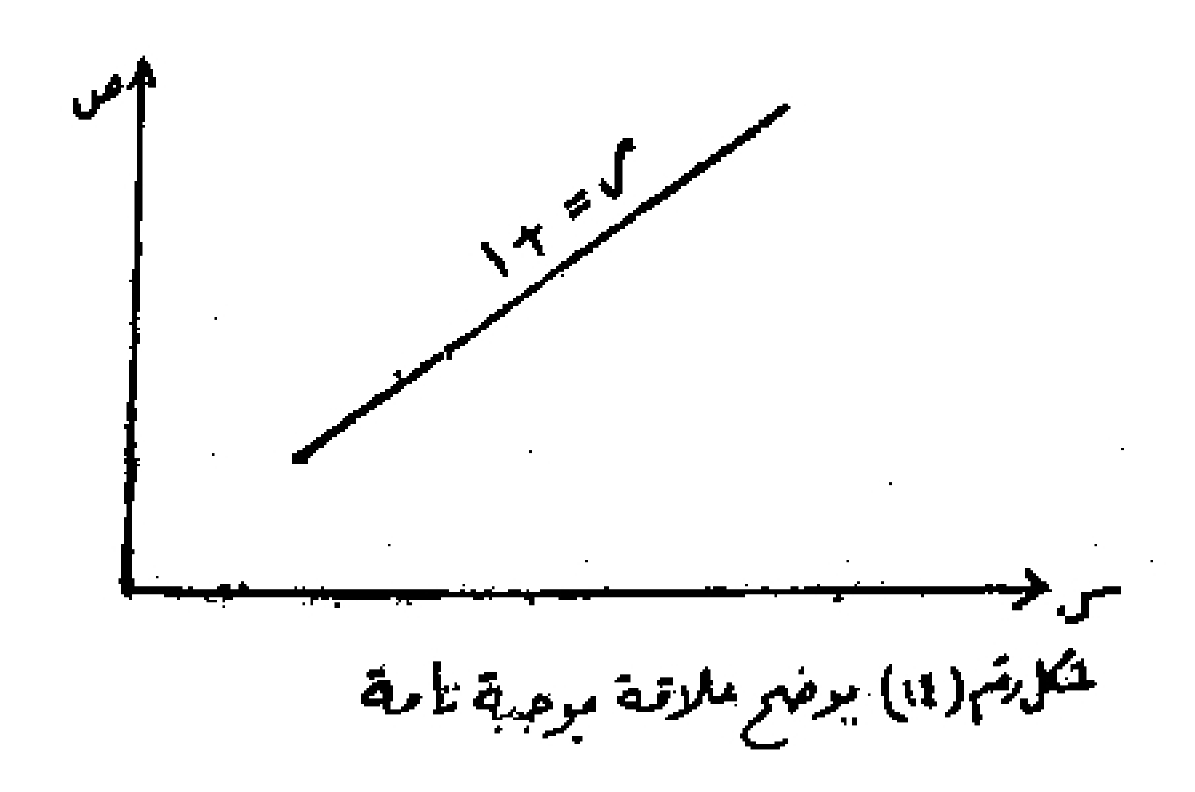
وقد يكون هـــذا التغير الاقترانى ســـالبا مثل : نقصـــان حجم قطعة الثلج تبعا لزيادة درجات الحرارة •

وتنتج الارتباطـــات السالبة عندما يميل الأفراد الذين يحصـــلون على درجات مرتفعة على المتغير الأول فى ان يحصلوا على درجات منخفضة فى المتغير الثانى ، وهؤلاء الذين يحصلون على تقديرات منخفضة فى المتغير الأول ، يحصلون على تقدير مرتفع على المتغير الثـــانى •

وتنحصر قيمة معـــامل الارتباط بين + ١ ، صفر ، ـــ ١ •

وتدل القيمة + ١ على ارتباط موجب تـام · فاذا كانت العـلاقة مطـرده (كالعلاقة بين قطر الدائرة ومحيطها) كانت قيمة معامل الارتباط + ١ ·

وتعنى القيمة + ١ ان التوزيع الثنـائى يكون خطا تماما · أى أن الدرجـات المرتفعة على المتغير س ترتبط مع الدرجات المرتفعة على المتغير ص ، والدرجات المنخفضة على المتغير س ترتبط مع الدرجات المنخفضة على المتغير ص · والشكل التالى يمثل علاقة موجبة حيث ترتبط الدرجات المرتفعة مع بعض والدرجات المنخفضة مع الدرجات المنخفضـة ·



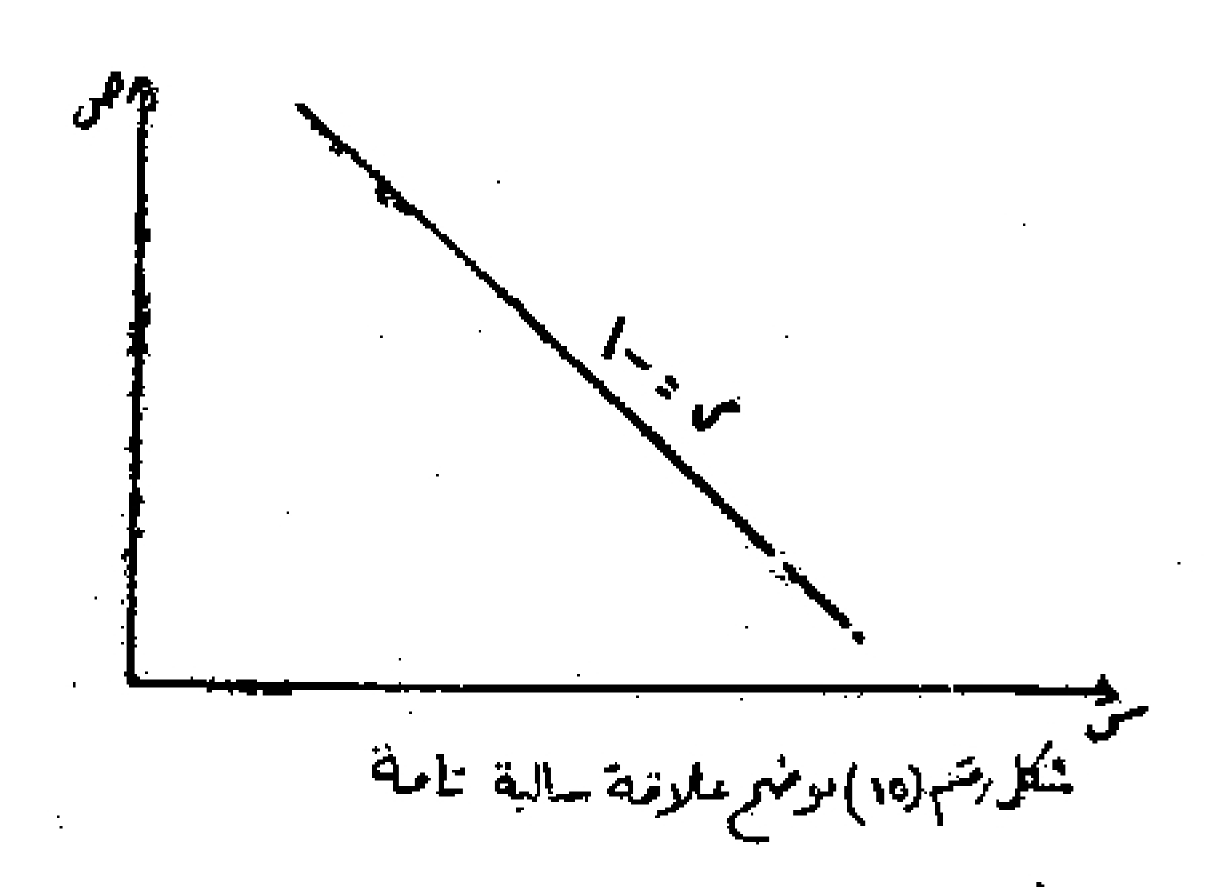
شكل رقم (١٤) يوضح علاقة موجبة تامة

ونحصل على ارتباطات صفرية عندما يقدر الأفراد بارتفاع على المتغير الأول ويقدرون بالمثل بارتفاع على المتغير الثانى ، مثل ما يقدرون بانخفاض ، او . عندما يقدر الأفراد بانخفاض على المتغير الأول يقدرون بالمثل بانخفاض على المتغير الثانى مثل ما يقدرون بارتفاع · اى أن القيمة العددية للارتباط تصـل الى الصفر عندما يتلاشى التغير الاقترانى لدرجات المقياسين · وهذا يدل على انه لا توجد علاقة على الاطلاق ، او ارتباط صفرى · اى انها تمثل الغياب التام لارتباط خطى بين المتغيرات ·

وتدل القيمة — ١ على ارتباط سالب تام · فاذا كانت العلاقة عكسية كاملة (كالعلاقة بين حجم الغاز وضغطه فى حدود معينة) ، كانت قيمة معـامل الارتباط = — ١ ·

اى ان معامل الارتبـاط = — ١ يدل ايضـا على علاقة خطية تـامة ، لكن

هنا ترتبط الدرجات المرتفعة على المتغير س مع درجات المتغير ص المنخفضة ، وترتبط درجات المتغير س المنخفضة مع درجات ص المرتفعة ، اى أن هناك انعكاسا تاما ، أو علاقة سالبة كما فى الشـكل التالى :



شكل رقم (١٥) يوضح علاقة سالبة تامة

والارتباط الكامل لا وجود له فى الظواهر الطبيعية ، والمعامل الناتج فى البحوث النفسية أو الاجتماعية يكون عادة كسرا موجبا أو سالبا • فالقيم بين صفر ، ١ (سواء موجب أو سالب) تدل على درجات متباينة (أو مختلفة) للارتباط الخطى •

فمثـلا ، من المحتمل وجود علاقة موجبة معتدلة بين اختبار الذكاء واختبـار التحصيل • وهذا يعنى ، أن الدرجات المرتفعة على اختبار الذكاء تميل الى أن ترتبط مع الدرجات المرتفعة على اختبار التحصيل •

اما اذا كان لدينا علاقة بين متياسين ، مثل درجات الذكاء والزمن المتطلب لحل مشكلة ، فمن المحتمل ان تكون العلاقة سالبة • اى أن المختبرين الذين درجاتهم مرتفعة على اختبار الذكاء يأخذون زمنا قليلا لحل المشكلة ، والمختبرين الذين درجاتهم منخفضة على الذكاء يأخذون زمنا طويلا •

والتنبؤ هو الهدف الأساسى للبحث الارتباطى • فمثلا ، اذا كان الارتباط بين الطول والوزن = ٦٥ر ، فاننا نستطيع التنبؤ بدقة عن وزن فرد اذا عرفنا طوله ، اكثر منه اذا كان الارتباط = ٢٥ ر فقط •

اى أن معرفة درجة الفرد على متغير تسمح لنا بالتنبؤ بدقة عن درجته على المتغير الآخـــر ؟

وتفيـــد معـــاملات الارتباط ايضـــا ، فى إختبار الثبات ، الصدق ، وفى بناء الاختبارات ٠

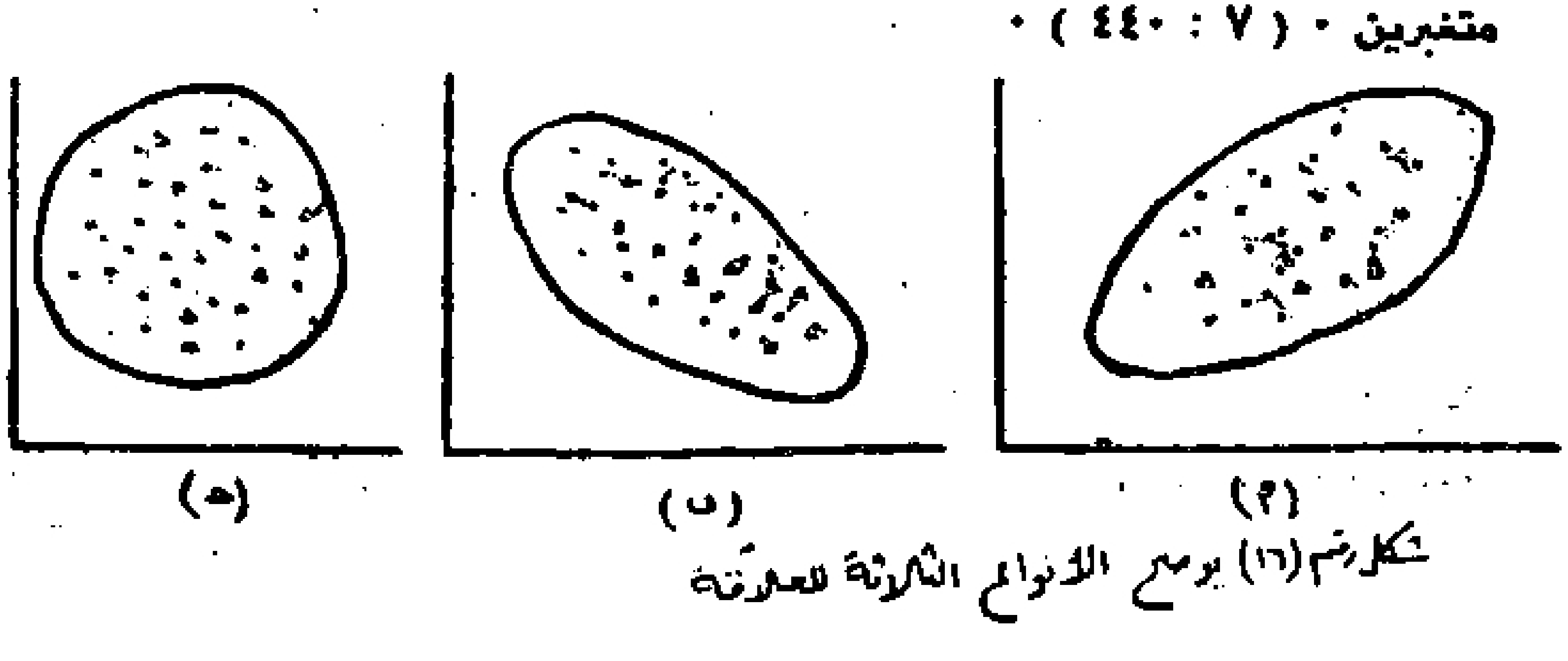
ولا يتاثر معامل الارتباط بزيادة أو نقصان درجات الاختبارات بكمية ثابتة ٠ فاذا اضفنا (أو طرحنا) عددا ثابتا الى جميع درجات أى اختبار ، فان هذه الاضافة (او الطرح) لا تؤثر فى ترتيب الأفراد بالنسبة لدرجات الاختبار ويبقى التغير الاقترانى القائم بين الاختبارين كما هو ولا يتاثر بهذه الاضـــافة (أو النقصان) ايضا يمكن أن نضرب كل درجة × ١٠ ولن يؤثر هذا على حجم معامل الارتبـــاط ٠

ومن الخواص الاحصائية أيضا لمعاملات الارتباط ، أن التوزيع التكرارى لها يقترب من التوزيع الاعتدالى كلما اقتربت القيم العددية لتلك الارتباطات من الصفر ، ويلتوى التواء شديدا كلما اقتربت الارتباطات من الواحد الصحيح ٠

نقط الانتشـــار : Scatter plots

لكى نحصل على رؤية بصرية (أو تمثيل بصرى) للعلاقة بين متغيرين ، يستخدم الاحصائيون رسما بيانيا يعرف باسم نقط الانتشار ٠ وهو عبارة عن رسم بيانى للارتباط حيث تمثل كل نقطة فيه زوجا من الدرجات ٠

ويوضح الشكل التالى الأنواع الثلاثة للعلاقة التى ممكن أن توجد بين متغيرين ٠ (٧ : ٤٤٠) ٠



شكل رقم (١٦) يوضح الأنواع الثلاثة للعلاقة

يوضح الرسم (أ) ارتباطا موجبا حيث تتجه مساحة النقط من اليسار الأقل الى اليمين الأعلى ، ويدلنا هذا على انه كلما ازداد متغير ، يتغير الثانى ايضـــــا ٠

ويوضح الرسم (ب) ارتباطا سالبا ، حيث تتجه مساحة النقط من اليسار الأعلى الى اليمين الأقل ، موضحا أنه كلما ازداد متغير ، ينقص المتغير الثانى ٠

ويوضح الرسم (جـ) ارتباطا صفريا ، أو لا توجد علاقة على الاطلاق ٠ اذ كلما تغير متغير ، لا يتبعه تغير فى الآخـــر ٠

انواع التغير الاقترانى :

تختلف طرق حساب معاملات الارتباط تبعا لاختلاف البيانات العددية وكيفية تصنيفها ، وباختلاف نوع الاختبار واختلاف الظواهر المدروسة ايضا ٠ فقد تدل البيانات العددية على درجات الأفراد أو على نجاحهم ورسوبهم أو على ترتيبهم ٠ ويمكن أن نلخص اهم صور التغير الاقترانى لأى مقياسين فى الأنواع التـــالية : ــ

١ ــ التغير الاقترانى المتتـــابع : ــ

المقياس الذى يعتمد على الدرجات الفعلية يقوم فى جوهرة على المسلسل للبيانات العددية ، ويسمى هذا النوع المتتابع : مثل ١٢ ، ١٣ ، ١٥ ، أى اقتران تتابع تدريج المقياس الأول بتتابع تدرج المقياس الثانى ٠ والعلاقة بين المتغيرين هنا علاقة خطية ٠ وهناك طرق مختلفة لحساب معامل الارتباط فى هذا النوع من التغير الاقترانى وتعتمد جميعها على الانحراف المعيارى وانحراف الدرجات عن متوسطها ، وان كانت كلها مبنية على طريقة بيرسون الخاصة بحاصل ضرب العزوم التى سيأتى شرحها بالتفصيل فيما بعـــد ٠

٢ ــ التغير الاقترانى الثنـــائى :

وفيه نميز بين :

(أ) اقتران تتابع المقياس الأول بثنائية تدريج المقياس الثانى مثل درجات

الأفراد فى اختبار ما ودرجتهم على سؤال معين من نفس الاختبار • (اى الدرجة الكلية على الاختبار ودرجة نفس الفرد على هذا السؤال اذا كانت ١ أو صفرا) • ولا نستطيع هنا ان نستخدم طريقة حاصل ضرب العزوم لبيرسون ، انما نستخدم معامل الارتباط الثنائى فى ايجاد هذه العلاقة• Biserial Correlation

(ب) اقتران ثنائية القياس الأول بثنائية القياس الثانى • كمثال لذلك ، اقتران ثنائية الاجابة على أحد الأسئلة بثنائية الاجابة على سؤال آخر • كذلك اذا احتجنا الى قياس للتغير الاقترانى بين ظاهرتين أو صفتين لانستطيع معهما تطبيق الاختبارات ذات المقاييس المتدرجة مثل دراسة سمة من سمات الشخصية والنجاح الدراسى حيث تكون البيانات الرقمية قاصرة على مجرد ناجح أو راسب•

وفى هذا النوع من التغير الاقترانى يحسب الارتباط بواسطة معاملات الارتباط الرباعى •

٣ — اقتران ترتيب القياس الأول بترتيب القياس الثانى :

ويعتمد هذا النوع على تحديد مستويات الأفراد بتحديد ترتيبهم ولذلك يسمى هذا النوع الترتيبى • كمثال لذلك ، ادراك العلاقة القائمة بين ترتيب الأفراد فى اختبار ما وترتيبهم فى اختبار آخر •

وفيما يلى شرح مختصر لهذه الطرق المختلفة •

١ — معامل الارتباط لبيرسون

تعتمد الطرق الاحصائية لحساب معامل ارتباط درجات المقاييس المتتابعة بدرجات المقاييس الأخرى المتتابعة على مدى تلازم الدرجات المعيارية لأى مقياس من هذه المقاييس بالدرجات المعيارية التى تقابلها فى المقياس الآخر •

وتسمى احد معاملات الارتباط التى تستخدم غالبا بمعامل ارتباط العزوم لبيرسون ، Product moment of Correlaton او ببساطة ، معامل ر لبيرسون • على اعتبار ان لفظ Moment يفيد انحراف القيم عن المتوسط مرفوعا لأية قوة وتقوم التسمية على أساس ان المقدار الهام فى هذه الطريقة هو حاصل ضرب انحراف كل من القيمتين المتقابلتين فى المتغيرين عن متوسطهما •

أنشا (اوكون) هـــذا المقياس كارل بيرســـون Karl Pearson تلميـــذ فرانسيس جالتون Sir Francis Galton (٧ : ٤٤٠).

وتسمى أحيانا معامل الأرتباط التتابعى لأنه يقوم فى جوهره على مدى اقتران التدريج المتتابع للظاهرة الأولى بالتدريج المتتابع للظاهرة الثانية .

وارتباط العزوم نوع من الاختبارات الاحصائية البارامترية . ولقد حـــدد سيجل Siegel الاختبار البارامترى كالآتى :

« هو الاختبار الذى يناسب شروطا معينة بالنسبة لمحددات Parameters المجتمع الذى تشتق منه عينة البحث . ولا تختبر عادة هذه الشروط ، حيث يفترض أنها موجودة . وتعتمد معنى نتائج الاختبار البارامترى على صدق هذه الافتراضات » ، (١ : ٦١١) .

ويصف معامل ارتباط العزوم لبيرسون (ر) الخط المستقيم او العلاقة الخطيـــة بين متغيرين مرســـومين على المحـــور س ، ص . فهـــو يقيس الى اى مدى تتبـــع مجمـــوعة من النقط فى بعـــدين خطـــا مستقيما . أى هـــو قياس درجة الارتباط الخطى بين متغيرين وتتراوح قيمته بين — ١ ، + ١ . وتمثل القيم المتطرفة علاقة سالبة وعلاقة موجبة تامة على التوالى . اى ان المتغيرات لها علاقة خطية تامة بحيث أن كل النقط فى العينة سوف تقع تماما على خط مستقيم . واذا كانت قيمة (ر) كبيرة مطلقة ، فان هذا يدل على وجود درجة عالية من الارتباط الخطى . ومعامل ارتباط العزوم نسبى ، لأنه يعبر عن مدى العلاقة بين التغيرات التى تحدث فى عـــامل وما يقابلها من التغيرات فى المتغير الآخر .

وتوفر هـــذه الطريقة على الباحث استخدام الأعداد الأصلية الكبيرة فى حساب معامل الارتباط ، الا أن سهولتها تتوفر حينما يكون المتوسطان الحسابيان لقيم المتغيرين اعدادا صحيحة .

ومعامل الأرتباط (ر) لبيرســـون هو متوسط حاصـــل ضرب الدرجة المعيـــارية Z للمتغيرات س ، ص .

$$\text{ر} = \frac{\text{مج}\,(\text{ذ}_{\text{س}} \times \text{ذ}_{\text{ص}})}{\text{ن}}$$

حيث $\text{ذ}_{\text{س}}$ اية درجة معيارية من درجات المقياس الأول

$\text{ذ}_{\text{ص}}$ درجة المقياس الثانى (ص) المعيارية التى تقابل الدرجة المعيارية $\text{ذ}_{\text{س}}$

، ن عدد الأفراد ٠

ولحساب (ر) تحول كل درجة خام الى الدرجة المعيارية $\text{ذ}_{\text{س}}$ ثم نضرب الدرجات المعيارية (ذ) لكل متغير ، ثم تضاف نواتج الضرب وتقسم على عدد الأفراد لكى نحصل على متوسط الناتج ، الذى هو معامل الارتباط ٠

ومن الواضح انها عملية طويلة وشاقة لكثرة العمليات الحسابية التى تتطلبها ، وخاصة اذا زاد عدد الدرجات الى الحد الذى يعوق سرعة حساب معامل الارتباط ٠ واشتق الاحصائيون Statisticians معادلة ابسط ، لهما حسابات رياضية اقل ، وذلك عن طريق حساب الانحراف المعيارى فتأخذ الصورة الآتية :

$$\text{ر} = \frac{\text{مج}\,(\text{ح}_{\text{س}} \times \text{ح}_{\text{ص}})}{\text{ن}\ \text{ع}_{\text{س}}\ \text{ع}_{\text{ص}}}$$

حيث $\text{ع}_{\text{س}}$ الانحراف المعيارى للاختبار الأول ٠

حيث $\text{ع}_{\text{ص}}$ الانحراف المعيارى للاختبار الثانى ٠

او حساب الارتباط عن طريق الانحرافات ، وتهدف هذه الطريقة الى التخلص من حساب الانحراف المعيارى والاكتفاء بحساب الانحرافات ومربعاتها وتصبح المعادلة كالآتى :

$$\text{ر} = \frac{\text{مج}\,(\text{ح}_{\text{س}} \times \text{ح}_{\text{ص}})}{\sqrt{\text{مج}\,\text{ح}^{2}_{\text{س}} \times \text{مج}\,\text{ح}^{2}_{\text{ص}}}}$$

حيث $ح_{س}$ انحراف القيمة عن متوسط قيم المتغير الأول (س) .

$ح_{ص}$ انحراف القيمة عن متوسط قيم المتغير الثانى (ص) .

$ح_{س} ح_{ص}$ يوضح ما بين المتغيرين من ارتباط . فكلما زاد مج $ح_{س} ح_{ص}$ ، كلما زادت العلاقة بين المتغيرين اطرادا . اما اذا كانت قيمة مج $ح_{س} ح_{ص}$ بالسالب فهذا يدل على أن انحراف القيم المتقابلة فى المتغيرين عن المتوسط يسير فى اتجـاه عكسى على وجه العموم .

فمثـلا ، ترتبط الأطوال والأوزان للافراد ارتباطا موجبا ، بينما يرتبط عمـر السيارة وقيمتها إرتباطا سالبا . اما اذا كانت «ر» = صفرا ، فاننا نذكر أن المتغيرات تكون غير مرتبطة وانه لا يوجد بينهم ارتباط خطى كما سبق أن ذكرنـا .

تذكر أن اشـارة انحراف الدرجـة مهم . فاذا كانت الدرجـة مرتفعة على متغير ترتبط مع الدرجات المنخفضة على المتغير الآخر ، فان حواصل الضرب سوف تكون سالبة . ويكون المقام فى المعادلة موجبا دائما ، حيث أن الانحرافات المعيارية تكون موجبة دائما .

مثـال (١) :

نفرض أن لدينا متغيرين متصلين س ، ص درجاتهم كالآتى والمطلوب حساب معامل ارتباط بيرسون لهم .

الأفراد	س	ص	$ح_{س}$	$ح_{ص}$	$ح_{س} ح_{ص}$	$ح^{2}_{س}$	$ح^{2}_{ص}$
أ	١	٢	٢-	١-	٢	٤	١
ب	٢	١	١-	٢-	٢	١	٤
جـ	٣	٣	صفر	صفر	—	—	—
د	٤	٥	١	٢	٢	١	٤
هـ	٥	٤	٢	١	٢	٤	١

$$ر = \frac{٨}{\sqrt{١٠ \times ١٠}} = \frac{٨}{\sqrt{١٠٠}} = ٨ر$$

مثـــال (٢) :

أوجد معامل الارتباط لدرجات ٧ أفراد فى إختبار الذكاء واختبار التحصيل ·

الحــل :

مسلسل	قيم «س»	قيم «ص»	ح س	ح ص	ح س ح ص	ح² س	ح² ص
١	١٠٥	٦٥	ــ٣	ــ١٢	٣٦	٩	١٤٤
٢	١٠٨	٧٤	صفر	ــ٣	صفر	صفر	٩
٣	١١٢	٨٢	٤	٥	٢٠	١٦	٢٥
٤	١١٥	٩٣	٧	١٦	١١٢	٤٩	٢٥٦
٥	١١٦	٩٦	٨	١٩	١٥٢	٦٤	٣٦١
٦	٩٦	٦٠	ــ١٢	ــ١٧	٢٠٤	١٤٤	٢٨٩
٧	١٠٤	٦٩	ــ٤	ــ٨	٣٢	١٦	٦٤
	مجـ س=٧٥٦	مجـ ص=٥٣٩	صفر	صفر	٥٥٦	٢٩٨	١١٤٨

س̄ = ١٠٨ ص̄ = ٧٧

$$ر = \frac{مجـ (ح_س ح_ص)}{\sqrt{مجـ ح^2_س \times مجـ ح^2_ص}} = \frac{٥٥٦}{\sqrt{٢٩٨ \times ١١٤٨}}$$

$$= \frac{٥٥٦}{٥٨٤ر٩٠} = ٩٥ر$$

وهذا معامل ارتباط كبير جدا مما يدل على وجود علاقة كبيرة بين الذكاء والتحصيل ·

مثـــال (٣) :

هذه درجات خمس طالبات فى اختبارين مختلفين · اوجد معامل الارتباط ·

مسلسل	قيم (س)	قيم (ص)	$ح_{س}$	$ح_{ص}$	$ح_{س} ح_{ص}$	$ح^{2}_{س}$	$ح^{2}_{ص}$
١	٥٥	٤	ـــ٧	صفر	صفر	٤٩	١
٢	٧٠	٥	٨	١	٨	٦٤	١
٣	٤٥	٣	ـــ١٧	ـــ١	١٧	٢٨٩	١
٤	٦٠	٥	ـــ٢	١	ـــ٢	٤	١
٥	٨٠	٣	١٨	ـــ١	ـــ١٨	٣٢٤	١
مجـس = ٣١٠	مجـص = ٢٠		صفر	صفر	٥	٧٣٠	٤
س̄ = ٦٢	ص̄ = ٤						

$$\therefore ر = \frac{٥}{\sqrt{٤ \times ٧٣٠}} = \frac{٥}{٥٤٫٠٤} = ٠٫٠٩$$

وهذا المعـــامل ضعيف جدا بل يعتبر صفرى تقريبا مما يدل على عـــدم وجود علاقة بين المتغيرين ٠

حســـاب الارتباط للدرجات الخام بالطريقة العامة :

من أهم مميزات هذه الطريقة دقتها وسرعتها ٠ فهي تعتمد مباشرة على الدرجات الخام ومربعات هذه الدرجات ٠ وهي صورة جبرية بسيطة للمعادلة الســـابقة وهي :

$$ر = \frac{ن مجـ س ص - مجـ س \times مجـ ص}{\sqrt{[ن مجـ س^{2} - (مجـ س)^{2}] [ن مجـ ص^{2} - (مجـ ص)^{2}]}}$$

وباستخدام هذه الصورة في حساب بيانات المثال رقم (١) :

الأفراد	س	ص	س ص	$س^{2}$	$ص^{2}$
أ	١	٢	٢	١	٤
ب	٢	١	٢	٤	١
جـ	٣	٣	٩	٩	٩
د	٤	٥	٢٠	١٦	٢٥
هـ	٥	٤	٢٠	٢٥	١٦
	١٥	١٥	٥٣	٥٥	٥٥

$$\therefore \text{ر} = \frac{\text{٥}(\text{٥٣}) - \text{١٥}(\text{١٥})}{\sqrt{[\text{٥}(\text{٥٥} - \text{٢٢٥})][\text{٥}(\text{٥٥}) - \text{٢٢٥}]}}$$

$$= \frac{\text{٢٦٥} - \text{٢٢٥}}{\sqrt{\text{٥٠} \times \text{٥٠}}} = \frac{\text{٤٠}}{\text{٥٠}} = \text{٨ر}$$

وهكذا ، فان صيغة الانحرافات والصيغة الحسابية تعطى نفس النتيجة ٠
ومع ذلك ، فانه مع مجموعات كبيرة من درجات الاختبار ، يفضل استخدام المعادلة الحسابية الأخيرة ، حيث يمكن استخدام الآلة الحاسبة ٠

مثال (٤) :

هذه درجات خمس طالبات فى اختبارين مختلفين ٠ اوجد معامل الارتباط بالطريقة العامة ٠

قيم(س)	س^2	قيم(ص)	ص^2	س × ص
٢	٤	٥	٢٥	١٠
٣	٩	٧	٤٩	٢١
٥	٢٥	٦	٣٦	٣٠
٧	٤٩	١٠	١٠٠	٧٠
٨	٦٤	١٢	١٤٤	٩٦

مجـ س = ٢٥ مجـ س^2 = ١٥١ مجـ ص = ٤٠ مجـ ص^2 = ٣٥٤ مجـ س ص = ٢٢٧

$(\text{مجـ س})^2 = \text{٦٢٥}$ $(\text{مجـ ص})^2 = \text{١٦٠٠}$

$$\therefore \text{ر} = \frac{\text{٥} \times \text{٢٢٧} - \text{٢٥} \times \text{٤٠}}{\sqrt{(\text{٥} \times \text{١٥١} - \text{٦٢٥})(\text{٥} \times \text{٣٥٤} - \text{١٦٠٠})}}$$

$$= \frac{\text{١١٣٥} - \text{١٠٠٠}}{\sqrt{(\text{٧٥٥} - \text{٦٢٥})(\text{١٧٧٠} - \text{١٦٠٠})}}$$

$$= \frac{\text{١٣٥}}{\sqrt{\text{١٣٠} \times \text{١٧٠}}} = \frac{\text{١٣٥}}{\sqrt{\text{٢٢١٠٠}}} = \frac{\text{١٣٥}}{\text{١٤٨ر٧}} = \text{٩١ر}$$

٢ — التغير الاقترانى الثنائى (أو الترابط الثنائى)

أ — معـامل الارتبـاط الثنـائى Biserial Corr.

يهدف هذا الارتباط الى قياس التغير الاقترانى القائم بين المقـاييس المتتابعة والمقاييس الثنائية · اى ان الترابط الثنائى يستخدم لحساب العلاقة بين سمتين او متغيرين عندما يكون أحدهما متغيرا متماثلا فى توزيعه بينما يتضمن المتغير الآخر متغيرات ثنائية او هو المتغير الذى له شقان او جزءان · مثال ، التوافق — عدم التوافق ، مهارة غير مهارة ، مرتفع — منخفض ، نعم — لا ، ناجح — فاشل · وعلى ذلك ، فان الحالات التى يستخدم فيها الترابط الثنائى هى التى يصنف فيها أحد المتغيرين فى مجموعتين · وامثلة هذه الحالات كثيرة فى البحوث النفسية والتربوية والاجتماعية · فمثلا ، ربما يرغب مدرس فى تحديد العلاقة بين الأعمار العقلية للتلاميذ وهؤلاء الذين نجحوا أو رسبوا · او ارتباط درجات أى اختبار باجابات سـؤال ما من أسئلة هذا الاختبار · ويتضح ان البيانات العددية التى نحصل عليها من الاختبار تختلف عن البيانات العددية التى نحصل عليها من السؤال · فالأولى بيانات متتابعة متصلة يتلو بعضها بعضا ، والثانية ثنائية فهى اما صحيحة أو خاطئة ، وفى المثال الأول اما ناجح أو راسب ··

وعلى ذلك ، فنه عندما يستخدم الترابط الثنائى فانه يفترض أن المتغير الثانى مصنف الى فئتين فقط بسبب غياب بيانات كافية مثال : العلاقة بين نمط الشخصية للفرد وبين الذكاء · وينقسم نمط الشخصية الى فئتين انطوائيون وهذا المتغير على الرغم من انه مقسم فقط الى مجموعتين ، الا انه متغير متصل اى أن هناك درجات محتملة لا تنقطع لهذا التغير · اى انه اذا حصل على بيانات اضافية ، فان هذا المتغير سوف يتوقع أن يفترض توزيعا اعتداليا ·

وعلى ذلك فاستخدام طريقة معامل الارتباط الثنائى ينبغى أن يكون مؤسسـا على فرضين :

١ — ان يكون كل من المتغيرين متصلا ، ولكن أحدهما قد صنفّ بسبب ما الى مجموعتين فقط ·

٢ — أن كلا منهما موزع فى المجموعة الأصلية Population توزيعا اعتداليـــا ٠

ومعادلة الارتباط الثنائى هى :

$$\text{معامل الارتباط الثنائى} = \frac{\text{متوسط الصواب} - \text{متوسط الخطأ}}{\text{الانحراف المعيارى لدرجات الاختبار}} \times \frac{\text{نسبة الصواب} \times \text{نسبة الخطأ}}{\text{الارتفاع الاعتدالى المقابل لنسبة الصواب}}$$

فالأساس الذى يقوم عليه معامل الارتباط الثنائى ، هو المقارنة بين متوسط المجموعتين ٠ ففى المثـــال الأخير نقارن بين متوسط نســبة ذكـــاء الانبساطيين والانطوائيين ، فان كان متوسط المجموعتين واحدا دل ذلك على انعدام الارتباط بين المتغيرين ، وكلما زاد أو قل متوسط الانطوائيين عن متوسط الانبساطيين كلما دل ذلك على علاقة قوية بين الانطواء والذكاء والعكس بالعكس ٠ ولهذا فان العنصر الأساسى فى هذا المعامل هو الفرق بين المتوسطين ٠

وتعتمد فكرة تحويل التدريج الثنائى الى تدريج متتابع على مساحات المنحنى الاعتدالى المعيارى ٠ بعد حساب نسبة عدد افراد المجموعة الكليــة (المجموعتين معا) ، نرجع الى جدول المنحنى الاعتدالى لمعرفة ارتفاع المنحنى الاعتدالى عند نقطة انفصال المجموعتين ٠ بعد ذلك ، نعوض فى المعادلة السابقة فنحصل على معامل الارتباط الثنائى ٠ واذا كان الفرق بين المتوسطين (متوسط الصواب ، الخطأ) سالبة الاشـــارة دل على ان الارتباط عكسى ٠

مثال : لحساب معامل الارتباط الثنائى بين المجموع الكلى لدرجات اختبار بنيه للذكاء واحد بنود اختبار معين ، نتبع الخطوات الآتية كما هى موضحة فى الجدول التالى (٦ : ٣١٦) ٠

جدول رقم (٢) الجدول الثنائي لأحد بنود اختبار معين واختبار بنيه

درجات الاختبار I. Q.	الاجابة عن المفردة المحددة		المجمـوع
	اجابة صحيحة	اجابة خاطئة	
١٤٥ – ١٤٩	١		١
١٤٠ – ١٤٤			
١٣٥ – ١٣٩	١		١
١٣٠ – ١٣٤	٣		٣
١٢٥ – ١٢٩	٤		٤
١٢٠ – ١٢٤	٦		٦
١١٥ – ١١٩	١٠		١٠
١١٠ – ١١٤	٧		٧
١٠٥ – ١٠٩	٨	١	٩
١٠٠ – ١٠٤	٥	١	٦
٩٥ – ٩٩	٩	٤	١٣
٩٠ – ٩٤	٦	٧	١٣
٨٥ – ٨٩	٢	٩	١١
٨٤ – ٨٠	١	٣	٤
٧٥ – ٧٩		٤	٤
٧٠ – ٧٤		٥	٥
٦٥ – ٦٩		٠	
٦٠ – ٦٤		٣	٣
المجمـوع	٦٣	٣٧	١٠٠
المتوسـطات	١٠٩ر٨٦	٨٤ر٤٣	١٠٠ر٤٥

١ ـ يحسب متوسط الاختبار بالطريقة العادية المتبعة في حسـاب المتوسط من فئات الدرجـات وهـو م = ١٠٠ر٤٥ ـ عـدد الدرجـات = ١٠٠

٢ ـ يحسب الانحـراف المعيـاري للاختبـار وهـو ع = ١٧ر٦٩ حيث ن = ١٠٠

٣ ــ يحسب متوسط درجات الأفراد الذين اجابو اجابة صحيحة عن البند المحدد ، ويستعان فى ذلك بالتكرار المبين بالعمود الثانى من الجدول السابق فتضرب كل تكرار فى منتصف الفئة المقابلة لنحصل على المتوسط وهو = ١٠٩٫٨٦ .

٤ ــ يحسب متوسط درجات الأفراد الذين أجابوا اجابة خاطئة عن البند المحدد ويستعان فى ذلك بالتكرار المبين بالعمود الثالث من الجدول السابق وهو يساوى ٨٤٫٤٣ .

٥ ــ تحسب نسبة تكرار الذين اجابوا اجابة صحيحة عن البند المحدد وهى = ٦٣ر .

٦ ــ تحسب نسبة تكرار الذين اجابو اجابة خاطئة عن البند المحدد وهى = ٣٧ر .

٧ ــ بالرجوع الى جدول مساحات المنحنى الاعتدالى المعيارى نجد أن ارتفاع العمود الذى يفصل بين نسبة تكرار الاجابات الصحيحة ونسبة تكرار الاجابات الخاطئة هو ٣٧٨ر .

٨ ــ يحسب معامل الارتباط الثنائى حسب المعادلة السابقة :

$$\text{معامل الارتباط الثنائى} = \frac{(١٠٩٫٨٦ - ٨٤٫٤٣)}{١٧٫٦٩} \times \frac{(٦٣ر) \times (٣٧ر)}{٣٧٨ر} = ٨٩ر .$$

الارتبـــاط الثنـــائى الأصيل : Point Biserial

عندما يحكم على المتغير بأنه ثنائى فعلا (او حقيقة) مثل الحيـــاة ، الموت ، قصر نظر ، وطول نظر ... أى انها ثنائية أصيلة لم تنشأ من تدرج متتابع متصل ، فاننا نستعين فى حساب معامل الارتباط الثنائى بقانون آخر لا يعتمد على خواص المنحنى الاعتدالى المعيارى ، بل يعتمد فى جوهره على نسب الاجابات الصحيحة والخاطئة وحدهما . وهذا القانون هو :

$$ر_{اب} = \frac{م_{أ} \; م_{ب}}{ع} \times \sqrt{أ \times ب} \qquad (٦ : ٢١٨)$$

حيث $م_{أ}$ هى متوسط الصواب ٠

حيث $م_{ب}$ هى متوسط الخطأ ٠

حيث أ هى نسبة الصواب ، ب نسبة الخطأ ، ع الانحراف المعيارى

ومن الواضح ، ان الافتراض بالخطية (أو قطية) الثنائية افتراض معرض للخطر hazardous عن الافتراض بوجود توزيع اعتدالى فى متغير ٠

ونلاحظ أيضا انه قلما توجد سمات نفسية أو اختبارات تخضع للتصنيف المزدوج وحده ، ولا يمكن افتراض تتابعها ، لهذا قلما يستخدم هذا القانون فى حساب معامل الارتباط الثنائى ٠

معامل فاى : Phi Coefficient

يستخدم معامل لتحديد الارتباط بين زوجين من الصفات عندما يكون كلا منهما ثنائى التصنيف ٠ اى انه لا يستخدم الا فى الحالات التى يقسم فيها كل من المتغيرين الى قسمين متميزين ومن أمثلتها الصفات وعكسها مثل الجنسين مذكر ومؤنث ، حى وميت ، صح وخطأ ، مرتفع أو منخفض ، ناجح أو راسب ونعتبر هذا المعامل حالة خاصة من الحالات التى تستخدم فيها معامل التوافق ٠

ويشرح الشكل التالى معامل ارتباط العزوم (ر) ، لمتغيرين ثنائين يمكن حسابه مباشرة من جدول مقسم الى اربعة أقسام ٠

المحور ص	ب − +	أ + +	أ + ب
	د − −	حـ + −	حـ + د
	(ب + د)	(أ + حـ)	

المحور س

ومعـــادلة ϕ هى :

$$\phi = \frac{أ د - ب هـ}{\sqrt{(أ + ب)(هـ + د)(أ + هـ)(ب + د)}}$$

حيث ϕ معامل فــاى

أ ، ب ، جـ ، د محددات الخلية ٠

ومعامل ϕ مثل معامل الارتباط الثنائى الأصيل Point biserial فهـو معامل لرتباط العزوم ؟

مثـــال :

	ذكــور	انـــاث
راسب	٢٥	١٥
ناجح	٤٠	٦٠
	٦٥	٧٥

$$\text{معـــامل } \phi = \frac{٢٥ (٦٠) - ١٥ (٤٠)}{\sqrt{٤٠ (١٠٠) (٦٥) (٧٥)}} = \frac{٢١٠٠}{\sqrt{١٩٫٥٠٠٫٠٠}}$$

$$= \frac{٢١٠٠}{٤٤١٥٫٨٨} = ٤٨٫$$

ب — معـــامل الارتباط الرباعى :

يقتصر معامل الارتباط الرباعى على الحالات التى يمكن فيهـــا تقسيم قيم كل من المتغيرين الى قسمين ، وفى اغلب هذه الحالات يرى الباحث ان وسيلة القياس التى يستخدمها لم تصل الى درجة كافية من الدقة والثبات تسمح بالتمييز المفصل بين المختبرين ٠ اى ان هذا المعامل يعتمد على التغير الاقترانى القائم بين المقاييس الثنائية ، كمثال لذلك ، معامل الارتباط بين اجابات سؤالين

حيث الاجابة بنعم أولا ، أو الدرجة (١ ، صفر) ، أو كما يحدث حين نحاول حساب معامل الارتباط بين متغيرات لا يمكن قياسها مباشرة ولكن من الممكن تصنيف الأفراد فى كل منها تصنيفا زوجيا كمثال العلاقة بين مستوى الذكاء والتكيف الاجتماعى • وصنفنا كلا المتغيرين الى ذكاء مرتفع — ومنخفض ، متكيف — وغير متكيف • ويعتمد حساب معامل الارتباط الرباعى على الجدول الرباعى للنسب المختلفــة كالآتى :

التكيف / الذكاء	متكيف	غير متكيف
مرتفــع		
منخفض		

والحــالات الأربعة التى نميزهــا هى :

مستوى ذكاء مرتفع ومتكيف اجتماعيـــا •

مستوى ذكاء مرتفع وغير متكيف اجتماعيا •

مستوى ذكاء منخفض ومتكيف اجتماعيا •

مستوى ذكاء منخفض وغير متكيف اجتماعيا •

واستخدام معامل الارتباط الرباعى مؤسس على فرضين هامين ، اذا تعذر افتراضهما اصبح هذا المعامل غير صالح للاستعمال وهما :

١ — أن العلاقة بين المتغيرين علاقة خطية ، بحيث يمكن ان نتنبأ من احدهما عن الآخر • اى أن المتغيرين يتغيران تغيرا مستمرا بحيث لا تعتبر كل قسم فى احدهما صنفا منفصلا عن الآخر •

٢ — أن توزيع كل من المتغيرين توزيع اعتدالى •

ويفترض الباحث هذين الفرضين على أساس المعرفة النظرية والمعلومات السابقة عن المتغيرين اللذين يبحث العلاقة بينهما وليس على أساس احصائى •

اى انه فى المثال السابق مثلا ، يفترض ان المتغير متصل التغير ، حيث يكون من الممكن نظريا أن يحصل على اية درجة يفترضها ، وأمكنه كذلك أن يفترض أن المجتمع الأصلى الذى أخذ منه عينه المختبرين موزع توزيعا اعتداليا فيما يتعلق بأى سمة من هذه السـمات ٠

وعملية حساب معامل الارتباط الرباعى طويلة وشاقة ، كما أن القانون معقد وهذا هو السبب الذى يجعله قليل الاستعمال ٠

٣ ــ معامل ارتباط الرتب

مقــدمة :

من الواضح ، أن كل توزيع لا يخضع للارتباط الخطى أو معامل ارتباط العزوم ٠ ولذلك ، فانه فى مثل هذه الحالات ، يجب على الباحث أن ينتقى طريقة مناسبة ٠ وتثار بعض الأسباب عندما لا يكون لدى الباحث درجات أولا تتوفر لديه مقاييس دقيقة أو عندما يكون هناك فجوات حقيقية فى البيانات التى تعوق (أو تحول بين) ترتيب البيانات فى توزيع تكرارى ٠ فى هـذه الحالات ، فان الباحث يختار اما أن يستخدم الترتيب Ranking أو أن يصنف المختبرين الى فئات وصفية لتوضيح العـلاقة ٠

وحساب الارتباط من البيانات المرتبة ، هو طريقة لا بارا مترية أساسية لتحديد الارتباط ، الذى يفيد خاصة مدرس الفصل ، هو حساب الارتباط من الترتيب المنظم ٠ ويطلق على هذه الطريقة طريقة الفروق فى الرتب ٠

ولقد حدد سيجل الاختبار اللابارا مترى كالآتى :

« هو الاختبار الذى لا يحدد نموذجه شروطا معينة بشأن محددات المجتمع الذى تشتق منه العينة ٠ وتشترك بعض الافتراضات مع معظم الاختبارات الاحصائية اللابارا مترية ، بمعنى ، أن هذه الملاحظات تكون مستقلة وأن متغير الدراسة له إستمرارية متضمنة ، لكن هذه الافتراضات تكون اضعف وأقل عن هذه الافتراضات المرتبطة بالاختبارات البارامترية ٠ بالاضافة الى ذلك ، فان

الاختبارات اللابارا مترية لا تتطلب قياسا قويا مثل ما يتطلبه الاختبارات البارامترية ، وتستخدم معظم الاختبارات اللابارامترية لبيانات فى مقياس ترتيبى ، ويستخدم بعضها أيضا لبيانات فى مقياس اسمى » . (١ : ٦١٥) .

معـــامل ارتباط الرتب :

يهدف هذا الارتباط الى قياس التغير الاقترانى القائم بين ترتيب الأفراد بالنسبة لصفة ، وترتيبهم بالنسبة لصفة أخرى . وتحدد درجة العلاقة بمقارنة رتب الأفراد على مقياسين مختلفين أو فى حالتين مختلفتين . فمثلا ، يقارن أداء طلبة الفصل (أ) على الاختبار رقم (١) ، (٢) لتحديد درجة العلاقة الموجودة بين أداء المقياسين . وتعتمد هذه الطريقة على مربعات فروق رتب كلا المقياسين . وتصلح هذه الطريقة فى حالة العينات الصغيرة التى لا يزيد عددها عن ٥٠ فرداً .

بالاضافة الى ذلك ، ممكن استخدام هذا المعامل كأساس مبدئى لتحديد اذا كانت توجد أى علاقة بين المتغيرات . وممكن أن يستخدم أيضا بفعالية عندما لا تخضع المتغيرات نفسها لقياس خطى ، لكن ممكن ترتيبها . كأن يحدد أيها الأول وأيها الثانى ، .. وأيها الأخير . فمثلا ، اذا أردت مقارنة دراســة العادات مع الأداء فى الرياضة ، ربما تكون الطريقة المناسبة أكثر لقيــاس العادات هو محاولة اعطاء رتب مبنية على الملاحظة ، أكثر من قياس هذا المتغير . ومع ذلك ، فكلما سبق أن ذكرنا ، فانه لا ينصح باستخدام هذا المعامل مــع الأعداد الكبيرة بسبب المجهود والوقت المستغرق ، ويستخدم بفعاليــة مــع المجموعــات الصغيرة .

ويحسب معامل ارتباط الرتب بمعادلة سبيرمان :

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مج } ف^٢}{ن (ن^٢ - ١)}$$ حيث ف هى الفرق بين رتب المتغيرين .

وكلما كانت الفروق بين رتب القيم المتقابلة فى المتغيرين كبيرا كلما قلت درجة الارتبـــاط بين المتغيرين ، والعكس بالعكس .

ولايجاد معامل الارتباط بين رتب المتغيرين علينا أن نعتبر هذه الفروق مجتمعه ، الا أن الجمع الجبرى فى هذه الحالة يكون عديم القيمة حيث أن حاصل الجمع يكون دائما صفرا ، ولذلك نربع الفروق حتى نتخلص من الاشـــارات بجعلهـــا جميعا موجبة ٠

ويوضح المثال التالى طريقة حساب معامل ارتبـــاط الرتب لسبيرمان لمتغيرين :

الرقم	رتب الاختبار (أ)	رتب الاختبار (ب)	الفرق (ف)	مربع الفرق (ف^2)
أ	٥	٤	١	١
ب	٢	٢	صفر	صفر
جـ	٣	١	٢	٤
د	١	٣	٢—	٤
هـ	٤	٥	١—	١
			صفر	١٠

$$\therefore ر = ١ - \frac{٦ \times ١٠}{٥ \times ٢٤} = ١ - \frac{٦٠}{٥ \times ٢٤} = ١ - \frac{١}{٢} = ٥٠ر$$

مثـــال ٢ :

هذه درجات ٨ طالبات فى مادتين مختلفتين ٠ احسب معامل ارتباط الرتب :

مسلسل	درجة (م)	درجة (ن)	رتبة (م)	رتبة (ن)	ف	ف^2
١	٢٩	٢٦	١	٢	١—	١
٢	٣٦	٢٨	٢	١	١	١
٣	٢١	١٨	٥	٦	١—	١
٤	١٦	١٧	٨	٧	١	١
٥	٢٠	٢٣	٦	٤	٢	٤
٦	١٨	١٥	٧	٨	١—	١
٧	٢٥	٢٢	٣	٥	٢—	٤
٨	٢٣	٢٤	٤	٣	١	١
			٣٦	٣٦	صفر	١٤

$$\therefore\ ر = ١ - \frac{٦ \times ١٤}{٨\,(٦٤ - ١)} = ٨٤ر$$

وللتاكد من صحة وضع الرتب المقابلة للقيم المختلفة يمكن جمع الرتب فى المتغيرين · للوسيلة المباشرة للتاكد من ذلك أن يكون مجموع الرتب واحدا لكل من المتغيرين ·

فمن المثال السابق نجد أن مجموع الرتب فى كلا المتغيرين = ٣٦ وزيادة على ذلك ، فان مجموع الرتب فى كل من المتغيرين ينبغى أن يكون مساويا $\frac{ن\,(ن + ١)}{٢}$ حيث ن عدد الأفراد ·

وفى المثال السابق $\frac{٨\,(٨ + ١)}{٢} = \frac{٨ \times ٩}{٢} = ٣٦$

ومن المعتاد أن يجد الباحث حالات كثيرة تتكرر فيها الرتب فى المتغير الواحد · كأن توجد قيمتان تاخذان الرتبة ٣ ، وفى هذه الحالة يكون المتبع أن يعطى كل منهما ترتيبا متوسطا بين الرتبتين ٣ ، ٤ ، أى أن ترتيب كل منهما يصبح ٥ر٣ ويكون ترتيب القيمة التالية لذلك هو٥ ·

واذا اشتركت ٣ حالات فى الترتيب ٥ اعطى كل منهم ترتيب متوسط بين ٥ ، ٦ ، ٧ اى $\frac{٥ + ٦ + ٧}{٣}$ = ٦ وهكذا ·

وناخذ القيمة التالية لذلك الترتيب ٨ ·

مثـــال ٣ :

أوجد معامل ارتباط الرتب للمتغيرين التاليين :

مسلسل	درجة الاختبار الأول	درجة الاختبار الثاني	رتبه الأول	رتبه الثاني	ف	ف٢
١	١٥	٩	١٠	٩	١	١
٢	٢٠	١١	٧	٨	— ١	١
٣	١٨	٧	٨ر٥	١٠	— ١ر٥	٢ر٢٥
٤	٢٢	٢٣	٥ر٥	٥	ر٥	ر٢٥
٥	٢٣	٢٥	٣	٣ر٥	— ر٥	ر٢٥
٦	٥٧	٢٥	١	٣ر٥	— ٢ر٥	٦ر٢٥
٧	٤٨	١٨	٢	٦	— ٤ر	١٦ر
٨	٢٢	٣٢	٤	٢	٢	٤
٩	١٨	١٧	٨ر٥	٧	١ر٥	٢ر٢٥
١٠	٢٢	٢٣	٥ر٥	١	٤ر٥	٢٠ر٢٥
					٨ر٥	٥٣ر٥٠
					— ٨ر٥	
					صفر	

$$ر = ١ — \frac{٦ \times ٥٣ر٥}{١٠ \times ٩٩} = ١ — ٣٢٤ر = ٦٧٦ر$$

مثـــال ٤ :

أوجد معامل ارتباط الرتب للمتغيرين التـــاليين :

مسلسل	درجة المتغير الأول	درجة المتغير الثانى	رتبة الأول	رتبة الثانى	ف	ف٢
١	٧٥	١٩	٢	٤	— ٢	٤
٢	٦٠	١٠	٤	٧	— ٣	٩
٣	٨٠	٣٥	١	٢ر٥	— ١ر٥	٢ر٢٥
٤	٥٥	٣٠	٦	١	٥	٢٥
٥	٤٠	٢٥	٨	٢ر٥	٥ر٥	٣٠ر٢٥
٦	٦٠	١٥	٤	٥ر٥	— ١ر٥	٢ر٢٥
٧	٤٥	١٥	٧	٥ر٥	— ١ر٥	٢ر٢٥
٨	٦٠	٦	٤	٨	— ٤	١٦
					صفر	٩١

$$ر = ١ - \frac{٦ \times ٩١}{٨ \times ٦٣} = ١ - ١ر٠٨ = - ٠ر٠٨$$

نستخلص مما سبق ، إن معامل الارتباط لبيرسون له عدد من الأسماء المختلفة ، تعتمد على أنواع البيانات التى أدخلت فى المعادلة . والجدول التالى يلخص هـــذه المعلومة :

جدول (٣) يوضح عائلة معاملات الارتباط لبيرسون

طبيعــة المتغيرات	اسم العــامل
(ا) كل منهما متغير مسافة او متغير نســبة مثال (الطول ، والوزن) ٠	معــامل بيرســون
(ب) أحد المتغيرين متغير مســافة أو نســبة (مثال الدرجة الكلية للاختبار) والآخر متغير ثنائي ٠ (مثال الدرجة على مفردة اختبار متعدد الاختيار) ٠	الارتباط الثنائي Biserial Correlation
(جـ) كلا المتغيرين يكونا متغيرات ثنــــائية (مثال ، درجة على كــل من مفردتين اختبار ٠ متعدد الاختيار) ٠	معــامل فــاى
د) كلاهمــا متغيرات ترتيبية (حيث تكون الدرجات رتب) ٠	معـــــامل ارتبــاط الرتب لسبيرمــان

ويدلنا اسم المعامل على أنواع البيانات التى ادخلت فى معادلة بيرسون ٠ فمثلا ، اذا احتوى دليل الاختبار على معاملات فاى ، فاننا نتأكد انه استخدم بيانات ثنائية فقط ٠ وبالمثل ، اذا سجلت معامل ارتباط الرتب ، فان المتغيرات موضع البحث قيست باستخدام طريقة الرتب ٠

تفسير معــامل الارتبــاط :

لنفرض اننا حصلنا على قياسات لمتغيرين وليكن الذكاء والابتكار لعينة عشوائية من الأفراد ، حيث التوزيع المتصــل للمجتمع الأب للمتغيرين كــان عشــوائيا ٠

عندما نجد ارتباطا موجبا مثل ر = ٩٠ر بين متغيرين مثل الذكــاء والابتكارية ، فاننا نستخلص انه بالنسبة لهذه العينة من الأفــراد ، فان الأفراد المرتفعى الذكاء يميلون لأن يكونوا مرتفعى الابتكارية ٠ وان الأفراد المنخفضى الذكاء يميلون لأن يكونوا منخفضى فى الابتكارية ٠

أما اذا وجدنا ارتباطا مرتفعا سالبا مثل ر = —٩٠ر فاننا نستنتج أنه بالنسبة لهـذه العينة ، فان الأفـراد المرتفعى الذكاء يميلون لأن يكونوا منخفضى فى الابتكارية ، والأفراد المنخفضى الذكاء يميلون لأن يكونوا مرتفعى فى الابتكارية ٠

كذلك ، يدل معامل الارتباط (ر) لبيرسون يساوى ٧٤ر على عـلاقة قوية نوعا بين متغيرى الرياضة ودرجات الهجاء ٠ ويدل هذا . على أن الطلبة الذين أدوا جيدا على اختبار الرياضة من المحتمل ايضا انهم ادوا جيدا على اختبار الهجاء ٠ وحيث أن الارتباط لا يساوى واحد (١) ، فاننا لا نستطيع القول ان كل طالب درجته مرتفعة فى الرياضة تكون درجته مرتفعة ايضا فى الهجاء ٠ ويدل الارتباط ٧٤ر على أن هناك بعض الاستثناءات ، لكن بصفة عامة فان العلاقة يوثق بها ٠ وهكذا ، فانه بمعرفة درجة الطالب فى الرياضة يسمح لنا بالتنبؤ بدرجته فى الهجاء ٠ وحيث أن الارتباط قوى بدرجة معقولة فسوف تكون تنبؤاتنا صحيحة اكثر من أن تكون خاطئة ٠ ومع أن الارتباط لا يتضمن تسببيا ، فانه يسمح بتنبؤات دقيقة ٠ نحن لا نستطيع أن نقـول أن الفرد يكون جيد الهجاء لأن قدرته الرياضية مرتفعة ، لكننا نستطيع أن نقول، أنه باعطاء معلومة عن قدرة الفرد الرياضية ، نستطيع التنبؤ بدرجة معقولة من الدقة ، عن قدرته فى الهجاء ٠

أما عندما نجد ارتباطا موجبا متوسطا بين الذكاء والابتكار ر = ٣٥ر ، فان التفسير يكون عندئذ غير واضح ٠ لتفسير هذا الارتباط ربما نحتاج أن نأخذ نظرة أخرى لتوزيع الدرجات الخام على المتغيرين ٠

فمثلا ، ممكن أن نصنف الأفراد كمرتفعى ومنخفضى الابتكار ثم نحدد نسبة الأفراد فى كل فئة ابتكارية الذين يكونون داخل الفئات المختلفة على اختبار الذكاء ٠ اذا تم هذا ، ربما نجد أن ٩٠٪ من الأشخاص المرتفعى الابتكار لهم درجات بين ١٢٠ — ١٦٠ على إختبارات الذكاء ٠ أى أن الأشخاص المرتفعى الابتكار يميلون لأن يكونوا مرتفعى على الذكاء ، لكن الأشخاص المرتفعى الذكاء ليسوا مرتفعين على الابتكارية وربما يؤدى هذا لحساب الارتباط الموجب المتوسط (ر) = ٣٥ر ٠

ولذلك فانه لتفسير (ر) • نربع معامل الارتباط ونحول النتيجة الى نسبة مئوية • وتقدير النسبة المئوية لتباين س المتنبأ بها من ص أو لتباين ص المتنبأ بها Predictable من س يسمى معامل التحديد •

والقيمة الناتجة تقبل التفسير مثل النسبة المئوية لشرح التباين فمثلا ، اذا كانت ر = ٨ر ∴ مربعها = ٦٤ر

٦٤ر × ١٠٠ = ٦٤٪ وتمثل هـذه مقدار التغير فى توزيع س موضحا بالمتغير ص ، والعكس صحيح •

واذا كانت ر = ٩ر أى ٨١٪ من التباين فى التوزيع أ سوف يشرح بالمتغير ب والعكس صحيح •

كذلك ارتباط ر = ٤ر يوضح ١٦٪ من التباين للمتغير س مع ص ، بينما ارتباط ص = ٩ر يعبر عن ٨١٪ من التباين •

مثـــال آخـــر :

نفرض ان الارتباط بين قدرة القراءة ومتوسط الدخل السنوى للفرد هو ٦ر • فهذا يعنى أن (٦ر)٢ أو ٣٦٪ من امكانية الدخل بالنسبة للفرد ممكن ان يوضح على أساس الفروق المقاسة فى قدرة القراءة والعكس صحيح •

الخلاصــة :

درسنا فى هذا الفصل عددا من معاملات الارتباط ولكل منها حـالات خاصة يفضل دون غيره • فمثلا ، من اهم هذه المعاملات واكثرها شـيوعا وأدقها جميعا هو معامل ارتباط بيرسون ، فهو يتأثر بجميع القيم المعطاه كما انه يدخل ضمن عمليات ومعاملات احصائية أخرى ، الا انه يجب التأكد من شرطين أساسيين عند استخدامه وهما :

١ — أن يكون التوزيع العام للمتغيرين اعتداليا ، أى ينبغى أن لا يكون انحراف التوزيع عن الاعتدالى ذا دلالة احصائية •

٢ — أن تكون العلاقة بين المتغيرين مستقيمة •

ويستخدم معامل ارتباط الرتب لسبيرمان اذا كان الحصول على الرتب المختلفة لأفراد العينة أكثر دقة من اعطاء كل فرد قيمة خاصة . وطريقة حسابه سهلة وسريعة ، إلا اذا زاد تكرار الترتيب وكبر عدد أفراد العينة . ولذلك يفضل استخدامه في حالة العينات الصغيرة .

وتستخدم معامل الارتباط الثنائي اذا قسم أحد المتغيرين الى أكثر من فئتين وتسم الآخر تقسيما متصلا متدرجا .

أما اذا قسم كل من المتغيرين الى فئتين ، فانه يستخدم حينئذ معامل الارتبــاط الرباعي .

وكما سبق أن ذكرنا فان استخدام كل من معامل الارتباط الثنائي والرباعي مؤسس على افتراض أن كلا من المتغيرين يتغير تغيرا مستمرا ، وأن الاقتصار على فئتين فقط لا يغير من هذا الافتراض ، وانما قصد به التغلب على صعوبة الحصول على تقسيم أكثر دقــة .

أما اذا اشتمل البحث على متغيرات متميزة منفصلة بعضها عن بعض فلا يستخدم المعاملان السابقان (الثنائي والرباعي) ، انما يستخدم معامل فاي .

وعند تفسير معامل الارتباط يجب أن نراعي أن وجود الترابط لا يدل على أن أحد العاملين سبب العامل الآخر أو نتيجة له . كذلك تتعلق قيمة معــامل الارتباط لدرجة كبيرة بالعينة ، فليس هناك معامل ارتباط مطلق بل هو نسبي دائما ومرتبط بصفات العينــة .

أيضا كلما اختلفت القيم في العينة اختلافا كبيرا كلما كانت قيمة معامل الارتباط أكثر ارتفاعا ، بينما اذا تقاربت العينة في الصفتين المطلوب ايجاد العلاقة بينهما كلما صغرت قيمة معــامل الارتبــاط .

تمـــارين :

١ — فيما يلى درجات ١٢ طالبا فى اختبار الذكاء لستانفورد بنيه ، واختبار التحصيل ، باستخدام معامل ارتباط الرتب ٠

درجات اختبار الذكاء

١٢٠ ١١٢ ١١٠ ١٢٠ ١٠٣ ١٢٦ ١١٣ ١١٤ ١٠٦ ١٠٨ ١٢٨ ١٠٩

درجات اختبار التحصيل

٣١ ٢٥ ١٩ ٢٤ ١٧ ٢٨ ١٨ ٢٠ ١٦ ١٥ ٢٧ ١٩

٢ — هذه درجات ١٢ طالبة فى مادتين مختلفتين — احسب معـــامل ارتبـــاط الرتب :

الدرجة فى المادة الأولى

٢٠ ١٩ ١٥ ٣١ ٢٤ ٢٠ ٢٢ ٢٢ ٢١ ٢١ ١٨ ٢٦

الدرجة فى المادة الثانية

٢٦ ٢١ ١٦ ٢٦ ٢٥ ٢٠ ١٨ ٢٣ ٢٦ ١٨ ٢٠ ٢٨

٣ — أوجد معامل ارتباط الرتب بين مادتى اللغة العربية والحســاب لدرجات العشر طالبات التالية :

الدرجة فى مادة اللغة العربية

٣٤ ١٥ ٤٧ ٣٣ ٢٤ ٤٢ ٢٥ ٢٠ ٣٦ ٤٤

الدرجة فى مادة الحساب

٤٥ ٢٠ ٤٠ ٣٧ ٣٠ ٣٢ ٣٤ ٢٥ ٣٥ ٤١

٤ — فيما يلى اطوال ٢٠ شخصا واوزانهم ٠ والمطلوب ايجاد معامل ارتباط الرتب بين الطول والوزن لهذه الحالات ٠

الطول بالسم

١٦ ١٧٥ ١٦٥ ١٦٧ ١٦٦ ١٧٢ ١٩٠ ١٦٩ ١٧٢ ١٨١ ١٨٧ ١٧٥ ١٧٢ ١٦٦

الوزن

٦٨٨ ٦٥ ٦٢ ٧٧ ٧٧ ٨٠ ٨١ ٧٢ ٦٨ ٩٠ ٨١ ٦٧ ٨٠ ٦٧

الطول	١٧٠	١٩٢	١٨٥	١٨١	١٨٥	١٩٠
الوزن	٨٠	٨٥	٩١	٩٠	٨٥	٨٠

٥ — احسب معامل ارتباط بيرسون لدرجات الـ ٨ طالبات فى الاختبارين التـــاليين : —

الاختبار الأول	٢٩	٢٦	٢١	١٦	٣٠	٤٠	٣٥	٢٧
الاختبار الثانى	٢٦	٣٠	١٨	٢٥	٢٢	٤٠	٢٨	٣٢

٦ — هذه درجات ١٠ طالبات فى اختبارين مختلفين · أرجد معـــامل ارتباط بيرســـون ·

الاختبار الأول	٢٥	٤٢	٣٥	٣٧	١٥	٢٤	٤٣	٥٣	٤٧	٣٩
الاختبار الثانى	٢٢	٣٧	٤٥	٣٥	٢٣	٣٠	٣٢	٤٤	٤٥	٢٧

٧ — أوجد قيمة معامل الارتباط للبيانات التـــالية :

س	٨٠	٩٦	١٠٥	١٢١	٩٣	٩٩	١٠٧	١١٩	١٠٣	١٠٢	١١٥	٨٧
ص	٨٣	٩٨	١٠١	١١٧	١٠٠	٩٦	١١٢	١٢٣	٩٩	١١٠	١١٠	٨١

٨ — أوجد قيمة معامل ارتباط الرتب للدرجات التالية :

س	٨٥	٨٨	٩٠	٩٦	٩٨	١٠٠	١١٠	١١٨	١٣٢	١٤٠
ص	٨٨	٨٥	٩٣	٩٢	٩٨	١٠٠	١١٤	١١٣	١٣٠	١٤٢

٩ — أوجد قيمة معامل ارتباط الرتب للدرجات التالية : —

س	٨٨	٨٥	٩٣	٩٢	٩٨	١٠٠	١١٤	١١٣	١٣٠	١٤٢
ص	١٨	٢١	١٩	٢٥	٢٣	٢٢	٢٧	٢٢	٢٩	٢٥

١٠— احسب معامل الارتباط لبيانات المجموعة (أ) ، وكذلك لبيانات المجموعة (ب) وفسر لماذا تختلف قيمة معامل الارتباط ؟

بيانات المجمـوعة (أ) :

س	٨٠	١٠٥	١٢١	٩٢	٩٩	١٠٧	١١٩	١٠٣	١٠٢	١١٥	٨٧	٩٦
ص	٨٣	١٠١	١١٧	١٠٠	٩٦	١١٢	١٢٣	٩٩	١١٠	١١٠	٨١	٩٨

بيانات المجمـوعة (ب) :

س	٩٦	١١١	٨٩	١٠٧	١٠٢	١١٥	٩٨	٨٣	١٠٤	١٠٠	١١٧	٩٤
ص	١٠٤	١٢١	٨٤	٩١	١١٤	٩٦	١٠٩	٩٤	١١٦	٨٦	١٠١	٩٩

١١— اوجد معامل الارتباط بين درجات منتصف العام ودرجات نهاية العـــام •

درجات منتصف العام	٧٥	٨٢	٦٤	٩٧	٨٦	٦٨	٨٢	٩١	٩٣	٨٨	٨٦	٨٤
درجات نهاية العام	٨٠	٧٥	٦٣	١٠٠	٩٤	٧٥	٩٦	٩٥	٩٤	٩٢	٩٣	٨٧

١٢— أوجد معامل الارتباط بين درجات الامتحان وعدد ساعات المذاكرة كما يوضحها الجـدول الآتي :

درجة الامتحان	٤٠	٤٦	٣٥	٢٤	٣٣	٣٤	٤٢	٤٩	٢٧	٤٠
عدد ساعات المذاكرة	١٠	٩	١١	٥	٨	٦	٨	١٥	٧	١٠

١٣— أوجد قيمة معامل الارتباط للبيانات التـالية : —

س	١٠٠	٩٠	١٢٦	١١٢	٨٠	١١٥	١٠٥	١١٠	٩٩	٩٧	٨٧	٧٦	١٠٠	٨٠	١٢٠
ص	٢٨	٢٥	١٩	٢٤	٢٣	٢١	٢٧	٢٥	٢٦	٢٥	٢٣	١٨	٢٩	٢٠	١٨

١٤— أوجد معامل الارتباط للدرجات الآتيـة :

س	٤	١٢	٢	٥	٩	٦	٢	١٠	٦	٩
ص	٦	١٠	٣	٤	٥	١٠	٢	١٠	٩	١٠

المراجع

1 — Garrison Karl C. and Magoon Robert A.
Educational Psychology : An Jntegration of Psychology and Educational Practices, Ohio : Charles E. Merrill, 1972.

2 — Glass Gene V. and Stanley Julianc.
Statistical methods in Education and Psychology, New Jersey : Prentice - Hall, 1970.

3 — Lemk Elmer and Wiersma William.
Principles of psychological measurement, Chicago : Rand Mc Nally, 1976.

4 — Lynch Mervin D. and Huntsberger. David V.
Elements of Statical inference for education and Psychology, London : Allyn and Baoon, 1976.

5 — Martuza Victor R.
Appliying Norm - Referenced and Criterion - Refrenced Measurement in Education, london : Allyn and Bacon, 1977.

6 — McNEMAR, QUINN.
Psychological Statistics, 4th ed. New york : John Wiley 1969.

7 — Sprinthall Richard C. and Sprinthall Norman.
Educational Psychology Adevelopmental Approach, 2nd ed. London : Addison - Wesley, 1977.

الإحصاء الوصفى

فى العلوم النفسية والتربوية


ISBN 977-05-1992-8





مكتبة الأنجلو المصرية
THE ANGLO-EGYPTIAN BOOKSHOP
The World of Words & Thoughts
www.anglo-egyptian.com